

## ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА

### Алгоритм построения комплексного чертежа точки по координатам

Словесная форма	Графическая форма
<p>1. Отложить на осях X, Y, Z соответствующие координаты точки A. Получаем точки <math>A_x</math>, <math>A_y</math>, <math>A_z</math></p>	
<p>2. Горизонтальная проекция <math>A_1</math> находится на пересечении линий связи из точек <math>A_x</math> и <math>A_y</math>, проведенных параллельно осям X и Y</p>	
<p>3. Фронтальная проекция <math>A_2</math> находится на пересечении линий связи из точек <math>A_x</math> и <math>A_z</math>, проведенных параллельно осям X и Z</p>	
<p>4. Профильная проекция <math>A_3</math> находится на пересечении линий связи из точек <math>A_z</math> и <math>A_y</math>, проведенных параллельно осям Z и Y</p>	

### 3.2. Положение точки относительно плоскостей проекций

Положение точки в пространстве относительно плоскостей проекций определяется её координатами. Координатой  $X$  определяется удалённость точки от плоскости  $\Pi_3$  (проекция на  $\Pi_2$  или  $\Pi_1$ ), координатой  $Y$  – удалённость от плоскости  $\Pi_2$  (проекция на  $\Pi_3$  или  $\Pi_1$ ), координатой  $Z$  – удалённость от плоскости  $\Pi_1$  (проекция на  $\Pi_3$  или  $\Pi_2$ ). В зависимости от значения этих координат точка может занимать в пространстве как общее, так и частное положение по отношению к плоскостям проекций (рис. 3.1).

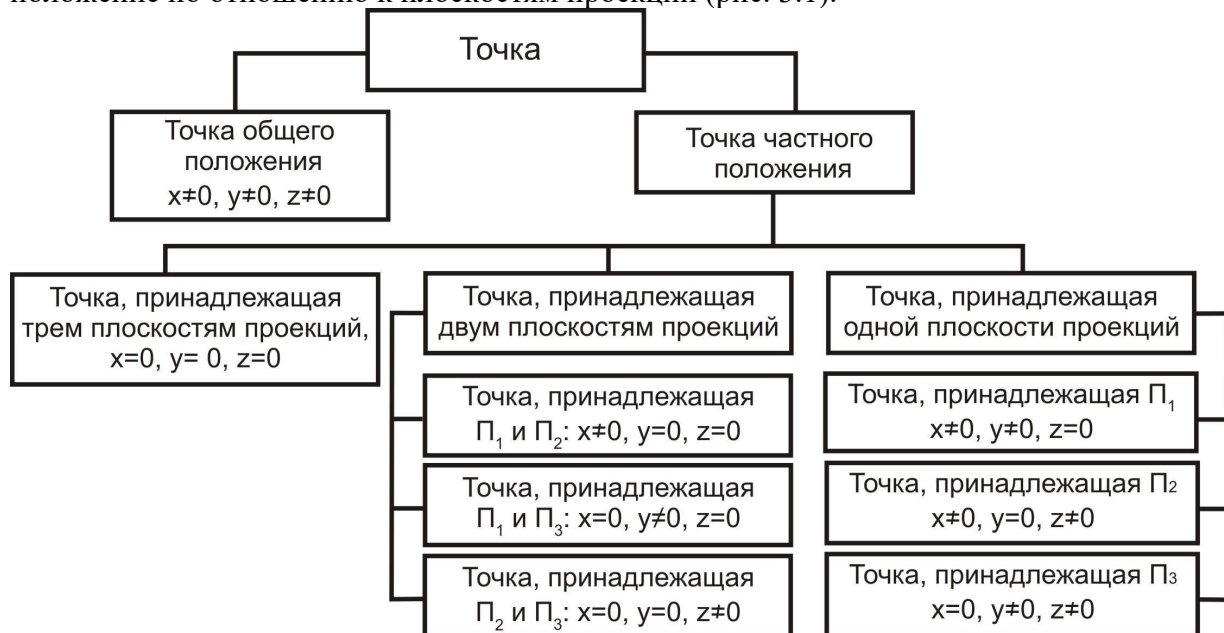


Рис. 3.1. Классификация точек

**Точка общего положения.** Координаты точки общего положения не равны нулю ( $x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$ ), и в зависимости от знака координаты точка может располагаться в одном из восьми октантов (табл. 2.1).

На рис. 3.2 даны чертежи точек общего положения. Анализ их изображений позволяет сделать вывод, что они располагаются в следующих октантах пространства:  $A(+X; +Y; +Z)$  (I октанту);  $B(+X; +Y; -Z)$  (IV октанту);  $C(-X; +Y; +Z)$  (V октанту);  $D(+X; +Y; +Z)$  (II октанту).

**Точки частного положения.** Одна из координат у точки частного положения равна нулю, поэтому проекция точки лежит на соответствующем поле проекций, другие две – на осях проекций. На рис. 3.3 такими точками являются точки  $A, B, C, D, G$ .  $A \in \Pi_3$ , то точка  $XA=0$ ;  $B \in \Pi_3$ , то точка  $XB=0$ ;  $C \in \Pi_2$ , то точка  $YC=0$ ;  $D \in \Pi_1$ , то точка  $ZD=0$ .

Точка может принадлежать сразу двум плоскостям проекций, если она лежит на линии пересечения этих плоскостей – оси проекций. У таких точек не равна нулю только координата на этой оси. На рис. 3.3 такой точкой является точка  $G$  ( $G \in OZ$ , то точка  $XG=0, YG=0$ ).

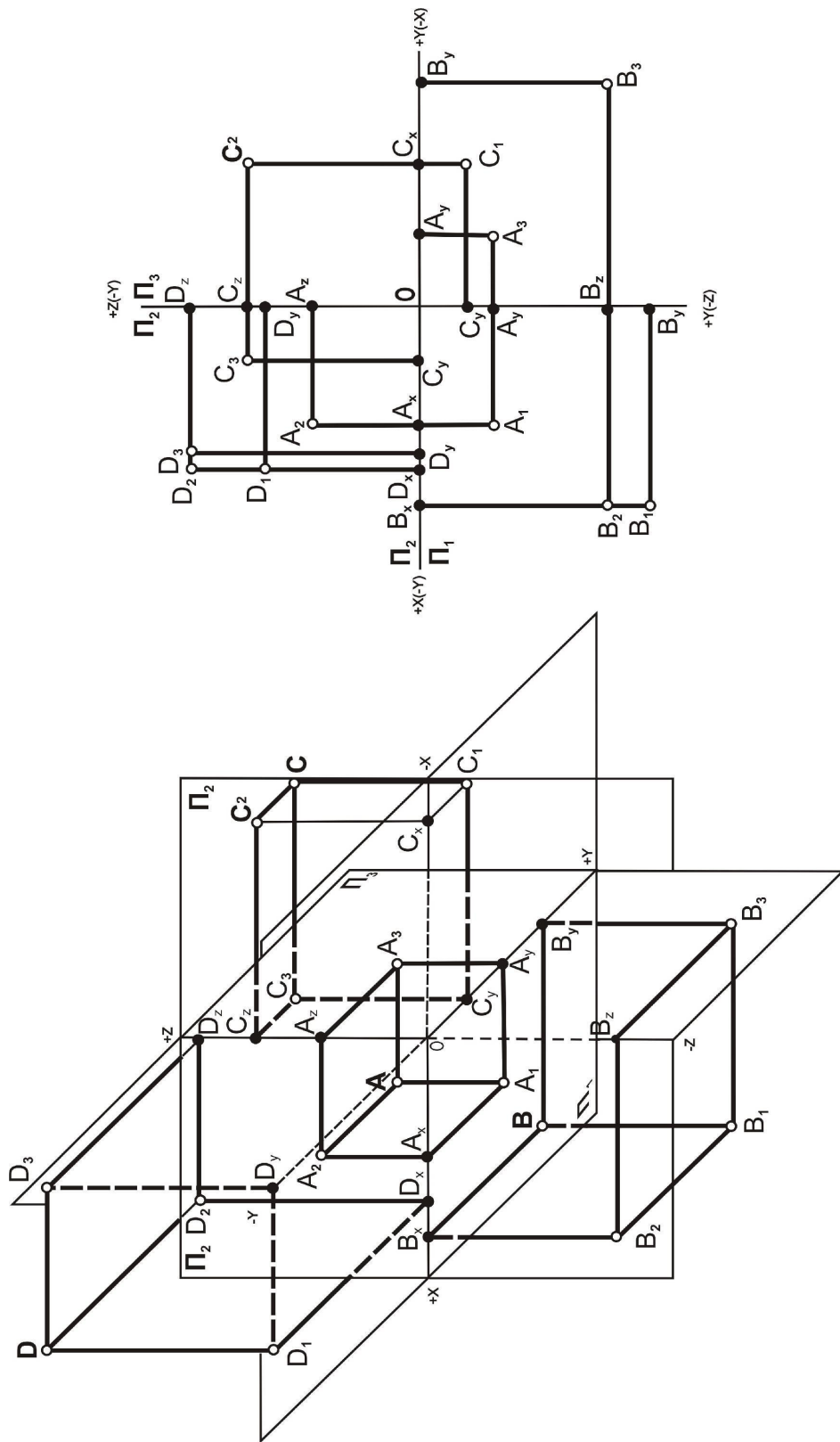


Рис. 3.2. Проецирование точки общего положения в системе плоскостей проекций  $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3$ :  
 а – наглядное изображение; б – комплексный чертёж

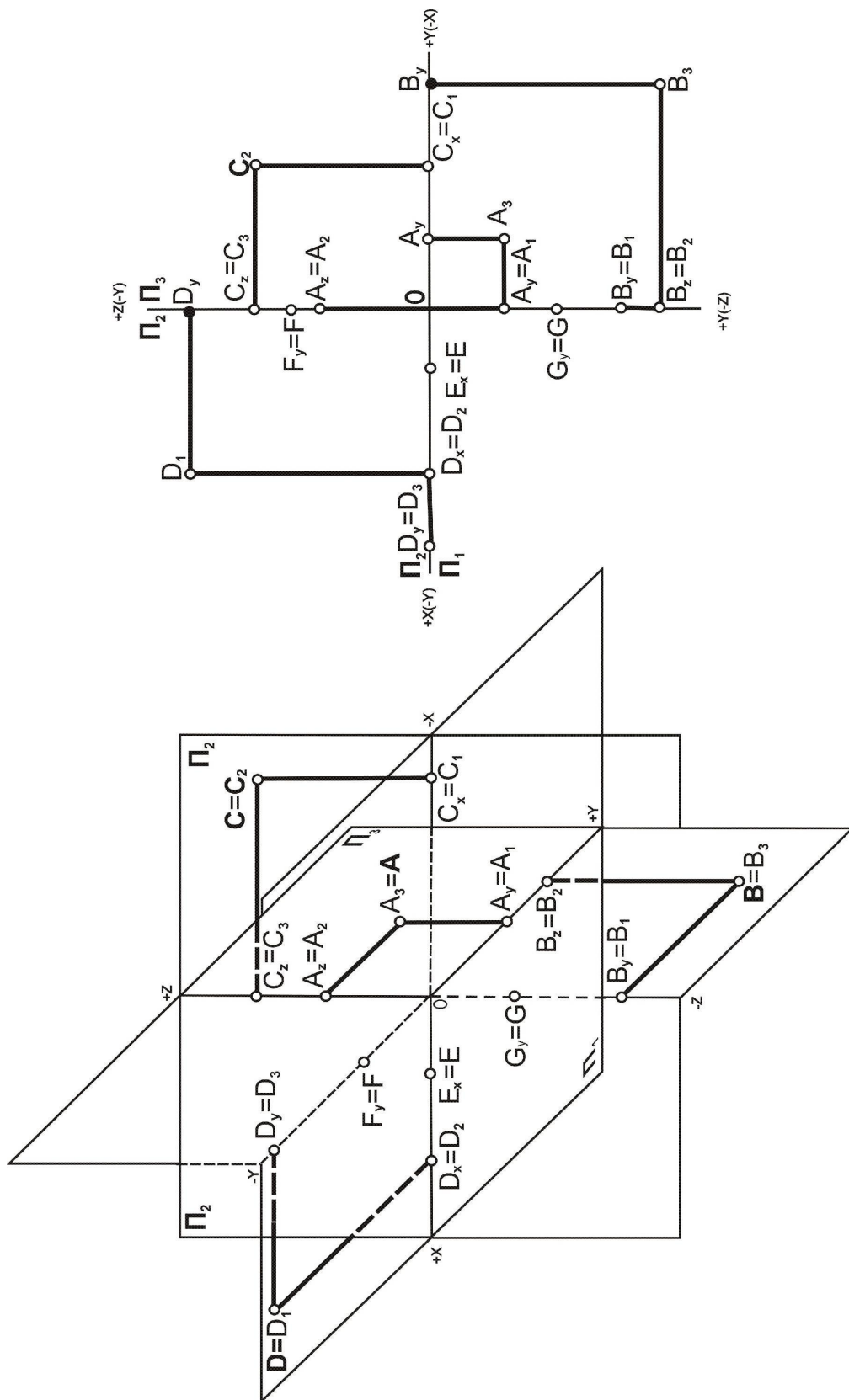


Рис. 3.3. Проецирование точек частного положения в системе плоскостей проекций  $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3$ ;  
 а – наглядное изображение; б – комплексный чертёж

2  
6

### 3.3. Взаимное положение точек в пространстве

Рассмотрим три варианта взаимного расположения точек в зависимости от соотношения координат, определяющих их положение в пространстве.

На рис. 3.4 точки  $A_i$  имеют различные координаты.

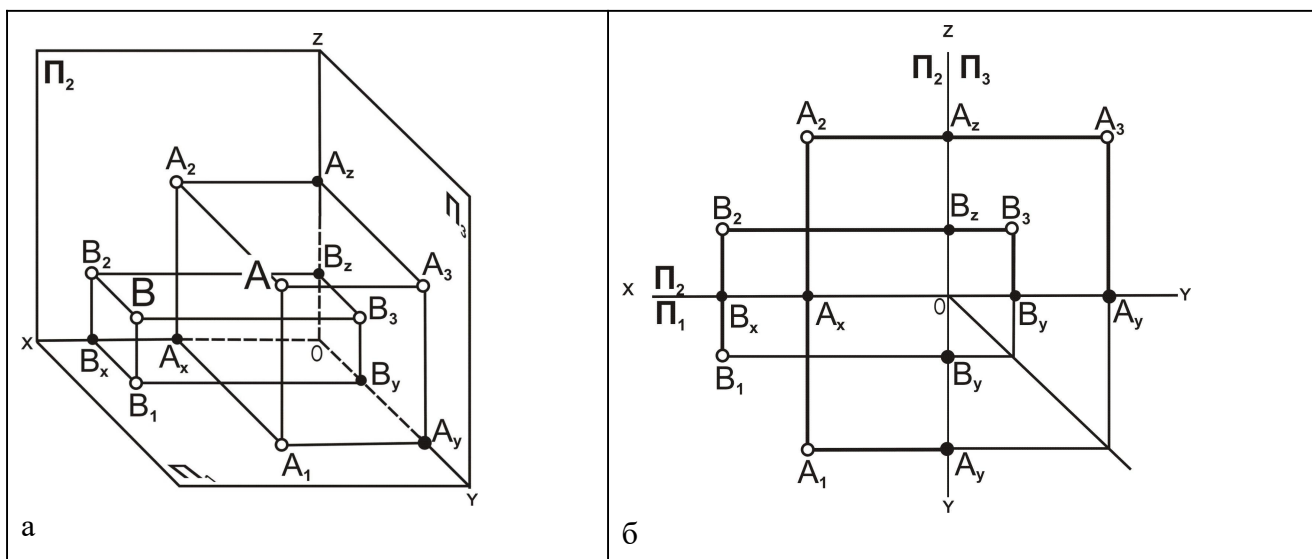


Рис. 3.4. Варианты взаимного расположения точек: а – наглядное изображение; б – комплексный чертёж

Их взаимное расположение можно оценить по удаленности к плоскостям проекций:  $YA > YB$ , тогда точка A расположена дальше от плоскости  $\Pi_2$  и ближе к наблюдателю, чем точка B;  $ZA > ZB$ , тогда точка A расположена дальше от плоскости  $\Pi_1$  и ближе к наблюдателю, чем точка B;  $XA < XB$ , тогда точка B расположена дальше от плоскости  $\Pi_3$  и ближе к наблюдателю, чем (при взгляде слева) точка A.

На рис. 3.5 представлены точки A, B, C, D, у которых одна из координат совпадает, а две другие отличаются.

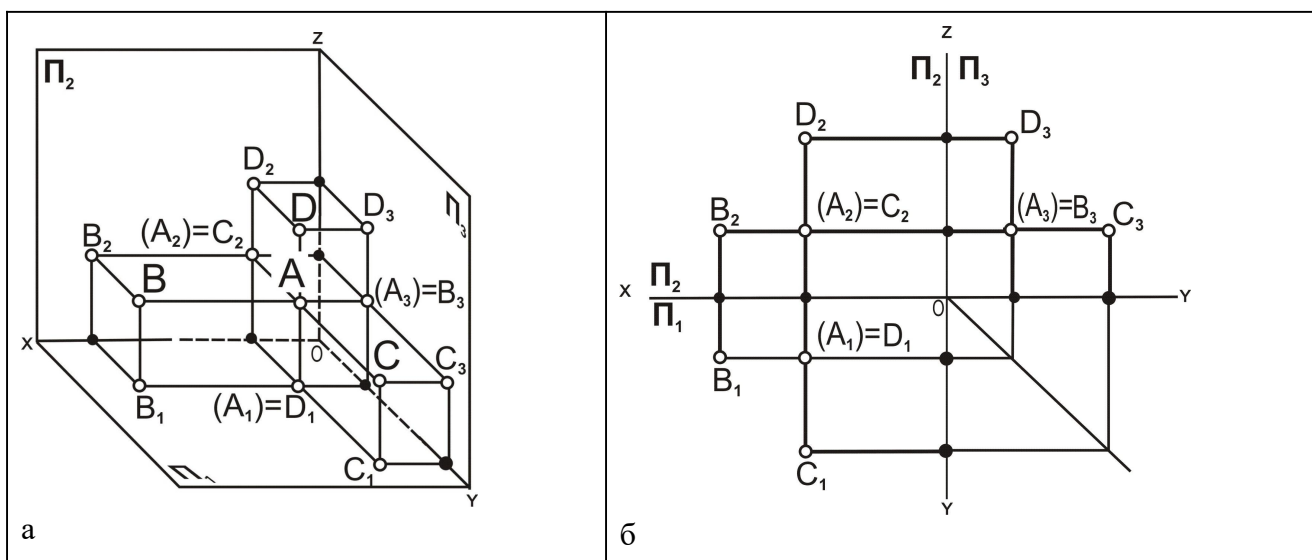


Рис. 3.5. Конкурирующие точки: а – наглядное изображение; б – комплексный чертёж

Их взаимное расположение можно оценить по удалённости к плоскостям проекций следующим образом:

$YA = YB = YD$ , то точки A, B и D равноудалены от плоскости  $\Pi_2$ , и их горизонтальные и профильные проекции расположены соответственно на прямых  $[A_1B_1] \parallel OX$  и  $[A_3B_3] \parallel OZ$ . Геометрическим местом таких точек служит плоскость, параллельная  $\Pi_2$ ;

$ZA=ZB=ZC$ , то точки А, В и С равноудалены от плоскости П1, и их фронтальные и профильные проекции расположены соответственно на прямых  $[A2B2] \parallel OX$  и  $[A3C3] \parallel OY$ . Геометрическим местом таких точек служит плоскость, параллельная П1;

$XA=XC=XD$ , то точки А, С и D равноудалены от плоскости П3 и их горизонтальные и фронтальные проекции расположены соответственно на прямых  $[A1C1] \parallel OY$  и  $[A2D2] \parallel OZ$ . Геометрическим местом таких точек служит плоскость, параллельная П3.

3. Если у точек равны две одноименные координаты, то они называются конкурирующими. Конкурирующие точки расположены на одной проецирующей прямой. На рис. 3.3 даны три пары таких точек, у которых:  $XA=XD$ ;  $YA=YD$ ;  $ZD > ZA$ ;  $XA=XC$ ;  $ZA=ZC$ ;  $YC > YA$ ;  $YA=YB$ ;  $ZA=ZB$ ;  $XB > XA$ .

Различают горизонтально конкурирующие точки А и D, расположенные на горизонтально проецирующей прямой AD, фронтально конкурирующие точки А и С, расположенные на фронтально проецирующей прямой AC, профильно конкурирующие точки А и В, расположенные на профильно проецирующей прямой АВ.

Выводы по теме

1. Точка – линейный геометрический образ, одно из основных понятий начертательной геометрии. Положение точки в пространстве можно определить её координатами. Каждая из трёх проекций точки характеризуется двумя координатами, их название соответствует названиям осей, которые образуют соответствующую плоскость проекций: горизонтальная –  $A1(XA; YA)$ ; фронтальная –  $A2(XA; ZA)$ ; профильная –  $A3(YA; ZA)$ . Трансляция координат между проекциями осуществляется с помощью линий связи. По двум проекциям можно построить проекции точки либо с помощью координат, либо графически.

3. Точка по отношению к плоскостям проекций может занимать в пространстве как общее, так и частное положение.

4. Точка общего положения – точка, не принадлежащая ни одной из плоскостей проекций, т. е. лежащая в пространстве между плоскостями проекций. Координаты точки общего положения не равны нулю ( $x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$ ).

5. Точка частного положения – это точка, принадлежащая одной или двум плоскостям проекций. Одна из координат у точки частного положения равна нулю, поэтому проекция точки лежит на соответствующем поле плоскости проекций, другие две – на осях проекций.

6. Конкурирующие точки – точки, одноименные координаты которых совпадают. Существуют горизонтально конкурирующие точки, фронтально конкурирующие точки, профильно конкурирующие точки.

### Способы деятельности, необходимые для решения задач

– построение точки по заданным координатам в системе трех плоскостей проекций в пространстве;

– построение точки по заданным координатам в системе трех плоскостей проекций на комплексном чертеже.

### Вопросы для самопроверки

1. Как устанавливается связь расположения координат на комплексном чертеже в системе трех плоскостей проекций П1П2П3 с координатами проекций точек?

2. Какими координатами определяется удалённость точек до горизонтальной, фронтальной, профильной плоскостей проекций?

3. Какие координаты и проекции точки будут изменяться, если точка перемещается в направлении, перпендикулярном профильной плоскости проекций П3?

4. Какие координаты и проекции точки будут изменяться, если точка перемещается в направлении, параллельном оси OZ?

5. Какими координатами, определяется горизонтальная (фронтальная, профильная) проекция точки?

7. В каком случае проекция точки совпадает с самой точкой пространства и где располагаются две другие проекции этой точки?
8. Может ли точка принадлежать одновременно трём плоскостям проекций и в каком случае?
9. Как называют точки, одноимённые проекции которых совпадают?
10. Каким образом можно определить, какая из двух точек ближе к наблюдателю, если их фронтальные проекции совпадают?

**Задания для самостоятельного решения**

1. Дать наглядное изображение точек  $A, B, C, D$  относительно плоскостей проекций  $\Pi_1, \Pi_2$ . Точки заданы своими проекциями (рис. 3.6).
2. Построить проекции точек  $A$  и  $B$  по их координатам на наглядном изображении и комплексном чертеже:  $A(13,5; 20)$ ,  $B(6,5; -20)$ . Построить проекцию точки  $C$ , расположенной симметрично точке  $A$  относительно фронтальной плоскости проекций  $\Pi_2$ .
3. Построить проекции точек  $A, B, C$  по их координатам на наглядном изображении и комплексном чертеже:  $A(-20; 0; 0)$ ,  $B(-30; -20; 10)$ ,  $C(-10, -15, 0)$ . Построить точку  $D$ , расположенную симметрично точке  $C$  относительно оси  $OX$ .

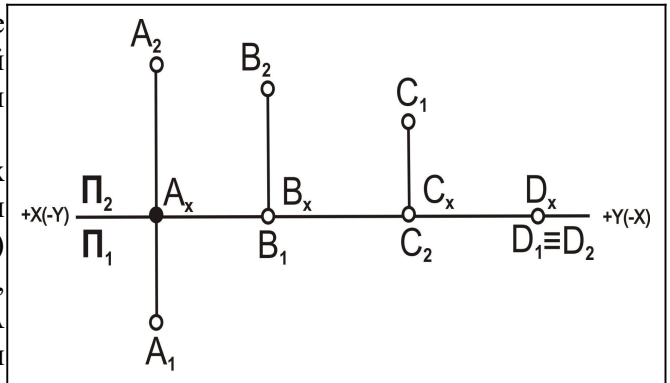


Рис. 3.6. Условие к заданию 1

Пример решения типовой задачи

Задача 1. Даны координаты  $X, Y, Z$  точек  $A, B, C, D, E, F$  (табл. 3.3)

Координаты точек

Ось	A	B	C	D	E	F
X	0	10	20	-20	0	-10
Y	0	-50	10	-30	0	30
Z	5	-40	30	0	0	15

По заданным координатам построить наглядное изображение и комплексный чертёж точек  $A, B, C, D, E, F$  в системе плоскостей проекций  $\Pi_1 \Pi_2 \Pi_3$ .

Алгоритм решения.

1. Проанализировать координаты точки, соотнося знаки координат с осями координат.
2. Определить четверть, в которой расположена точка.
3. Построить наглядное изображение системы трех плоскостей проекций (рис. 3.2).
4. Следовать этапам алгоритма построения наглядного изображения точки и ее проекций по координатам (табл. 3.1).
5. Построить комплексный чертёж системы трех плоскостей проекций (табл. 3.2).