

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Преподаватель Красин И.Г.

Практическая работа № 1

Определение реакций балочных опор

Очень часто в машинах и конструкциях встречаются тела удлиненной формы, называемые балками (или балочными системами). Балки в основном предназначены для восприятия поперечных нагрузок. Балки имеют специальные опорные устройства для сопряжения их с другими элементами и передачи на них усилий.

Неизвестные числовые значения реакций опорных устройств балки определяются через систему уравнений равновесия.

Уравнения равновесия произвольной плоской системы сил могут быть представлены в трех формах. Первая (основная форма этих уравнений):

$$\sum F_{ix} = 0; \quad \sum F_{iy} = 0; \quad \sum M_O = 0.$$

При решении многих задач рациональнее пользоваться другими формами уравнений равновесия.

Так как при равновесии твердого тела сумма моментов всех приложенных к нему сил относительно любой точки равна нулю, то можно, выбрав три произвольные точки А, В, С и приравняв нулю сумму моментов относительно каждой из них, получить три следующих уравнения равновесия:

$$\sum M_A = 0; \quad \sum M_B = 0; \quad \sum M_C = 0.$$

Это вторая форма уравнений равновесия.

Третья форма уравнений равновесия представляет собой равенство нулю сумм моментов относительно двух произвольных точек А и В и равенство нулю суммы проекций на некоторую ось х:

$$\sum M_A = 0; \quad \sum M_B = 0; \quad \sum F_{ix} = 0.$$

Первая форма уравнений равновесия для плоской системы параллельных сил примет вид:

$$\sum F_{iy} = 0; \quad \sum M_O = 0.$$

Вторая и третья формы уравнений равновесия для плоской системы параллельных сил примут одинаковый вид:

$$\sum M_A = 0; \quad \sum M_B = 0.$$

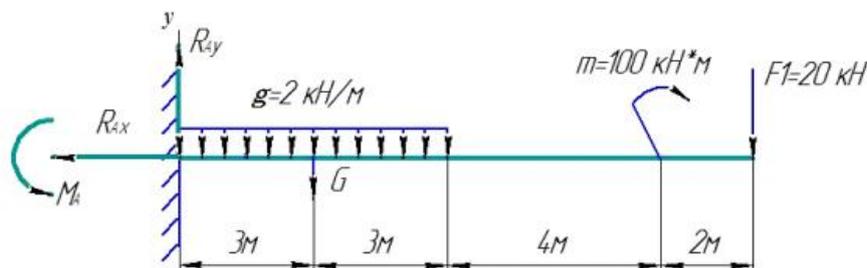
Итак, для произвольной плоской системы сил имеем три уравнения равновесия, а для плоской системы параллельных сил — только два. Соответственно при решении задач на равновесие произвольной плоской системы сил можно найти три неизвестных, а при рассмотрении равновесия плоской системы параллельных сил — не более двух.

Для контроля правильности решения используют дополнительное уравнение: $\sum F_y = 0$ или $\sum M_c = 0$.

Литература: Олофинская, В.П. Техническая механика. Курс лекций с вариантами практических и тестовых заданий: учебное пособие/ В.П. Олофинская. - 2-е изд. - М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012.

Примеры расчёта заданий:

Для задания 1: Определить величины реакций в заделке. Провести проверку правильности решения.



Решение:

1. Заменяем распределенную нагрузку сосредоточенной

$$G = q \cdot \ell; \quad G = 2 \cdot 6 = 12 \text{ кН}$$

2. Освобождаем балку АВ от связей, отбрасываем заделку в точке А и заменяем действие заделки возможными реакциями, возникающими в опоре – реактивным моментом M_A и составляющими реакциями R_{Ax} и R_{Ay} . Получили плоскую систему параллельно расположенных сил, значит $R_{Ax} = 0$.

3. Выбираем систему уравнений равновесия:

$$\begin{cases} \sum_0^n F_{ky} = 0 \\ \sum_0^n m_{kA} = 0 \end{cases}$$

4. Решение начинаем с крайней левой точки.

$$\sum_0^n F_{ky} = R_{Ay} - G - F = 0$$

$$R_{Ay} = 12 + 20 = 12 + 20 = 32 \text{ кН}$$

В уравнении учитываем все моменты, которые создаются действующими силами находящимися на расстоянии относительно точки А. (Реакции, находящиеся в точке А, в уравнении не учитываются, так как они не создают плеча с точкой).

$$\sum_0^n m_{kA} = -M_A + G \cdot 3 + m + F \cdot 12 = 0.$$

$$M_A = 12 \cdot 3 + 100 + 20 \cdot 12 = 376 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Знаки полученных реакций (+), следовательно, направления реакций выбраны, верно.

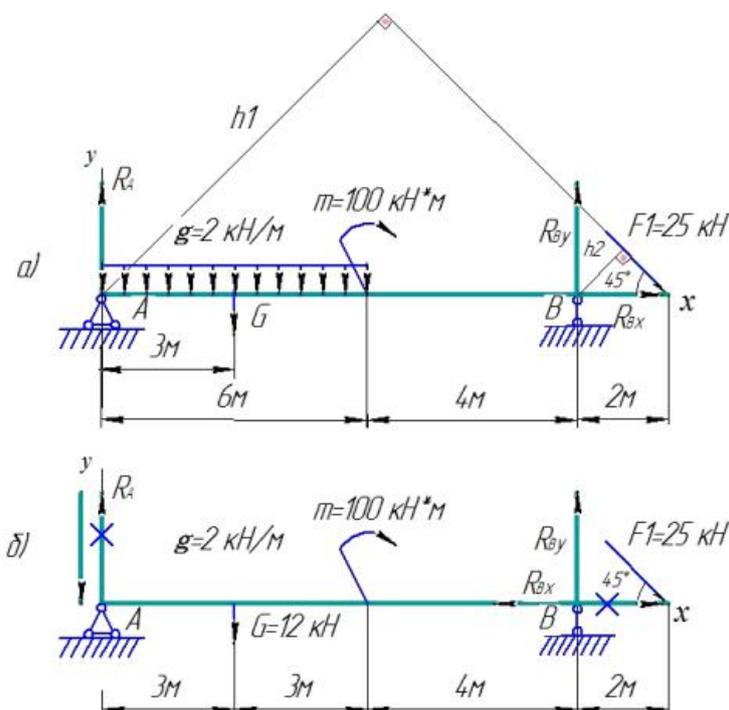
5. Для проверки правильности решения составляем уравнение моментов относительно точки В.

В уравнении учитываем все моменты, которые создаются действующими силами, находящимися на определенном расстоянии от точки В.

$$\sum_0^n m_{kB} = -M_A + R_{Ay} \cdot 12 - G \cdot 9 + m = -376 + 32 \cdot 12 - 108 + 100 = -484 + 484 = 0$$

Решение выполнено, верно.

Для задания 2: Определить величины реакций в шарнирных опорах балки. Провести проверку правильности решения.



Решение:

1. Обозначаем опоры точками. Левая опора (точка А) – подвижный шарнир, правая опора (точка В) – неподвижный шарнир.
2. Заменяем распределенную нагрузку сосредоточенной

$$G = q \cdot \ell; \quad G = 2 \cdot 6 = 12 \text{ кН}$$
3. Освобождаем балку от связей в точках А и В и заменяем их возможными реакциями, возникающими в опорах. В шарнирно-подвижной опоре А может возникнуть реакция R_{Ay} , перпендикулярная к опорной поверхности, в шарнирно-неподвижной опоре В – две составляющие реакции: вертикальная R_{By} и горизонтальная R_{Bx} . Получили плоскую систему произвольно расположенных сил.
4. Для решения выбираем уравнение равновесия в виде

$$\sum_0^n m_{kA} = 0 \quad \sum_0^n m_{kB} = 0 \quad \sum_0^n F_{kx} = 0$$

5. Решение начинаем с крайней левой точки. В уравнении учитываем все моменты, которые создаются действующими силами, находящимися на расстоянии относительно точки А. (Реакции находящиеся в точке А, в уравнении не учитываются, так как они не создают плеча с точкой).

$$\sum_0^n m_{kA} = G \cdot 3 + m - R_{By} \cdot 10 + F_1 \cdot h1 = 0,$$

где $h1 = 12 \cdot \sin 45^\circ$.

$$R_{By} \cdot 10 = G \cdot 3 + m + F_1 \cdot 12 \cdot \sin 45^\circ;$$

$$R_{By} \cdot 10 = 12 \cdot 3 + 100 + 25 \cdot 12 \cdot 0.7; \quad R_{By} = \frac{346}{10} = 34,6 \text{ кН.}$$

Реакция направлена правильно.

В уравнении учитываем все моменты, которые создаются действующими силами, находящимися на расстоянии относительно точки В. (Реакции, находящиеся в точке В, в уравнении не учитываются, так как они не создают плеча с точкой).

$$\sum_0^n m_{kB} = R_{Ay} \cdot 10 - G \cdot 7 + m + F_1 \cdot h_2 = 0,$$

где $h_2 = 2 \cdot \sin 45^\circ$.

$$R_{Ay} \cdot 10 = G \cdot 7 - m - F_1 \cdot 2 \cdot \sin 45^\circ;$$

$$R_{Ay} \cdot 10 = 12 \cdot 7 - 100 - 25 \cdot 2 \cdot 0.7; \quad R_{Ay} = -\frac{51}{10} = -5.1 \text{ кН.}$$

Реакция отрицательная, следовательно, R_{By} нужно направить в противоположную сторону.

Начиная решение с крайней левой точки, в уравнении учитываем все вектора сил, которые проецируются на ось x .

$$\sum_0^n F_{kx} = R_{Bx} + F_1 \cdot \cos 45^\circ = 0.$$

$$R_{Bx} = -F_1 \cdot \cos 45^\circ = -25 \cdot 0.7 = -17.5 \text{ кН}$$

Реакция отрицательна, следовательно, на схеме ее направление будет противоположно выбранному.

6. Для проверки правильности решения составляем уравнение равновесия

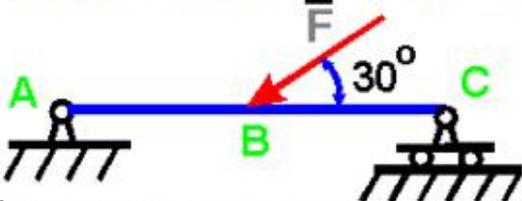
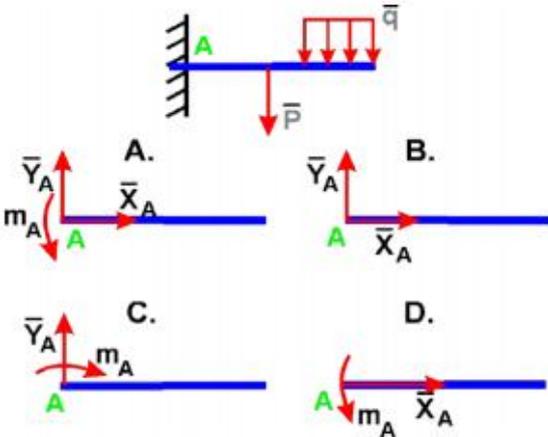
$$\sum_0^n F_{ky} = -R_{Ay} - G + R_{By} - F_1 \cdot \sin 45^\circ = -5.1 - 12 + 34.6 - 25 \cdot 0.7 = -34.6 + 34.6 = 0$$

Решение выполнено верно.

Порядок выполнения работ:

1. Заменить распределенную нагрузку ее равнодействующей и указать точку ее приложения.
2. Освободить балку от связей, заменив их реакциями.
3. Выбрать систему уравнений равновесия.
4. Решить уравнения равновесия.
5. Выполнить проверку решения.

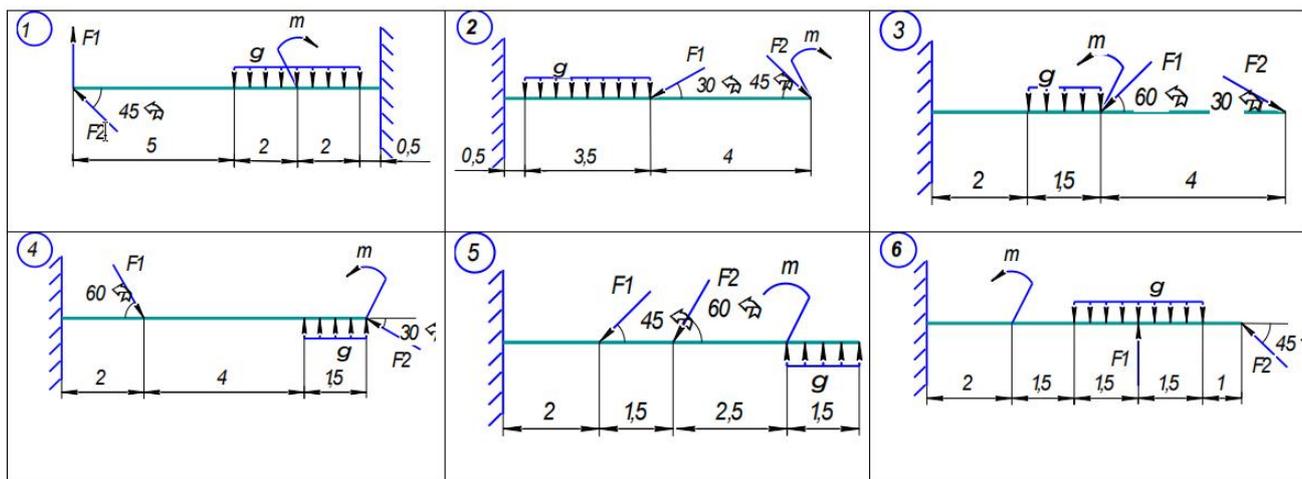
Задание № 1 Определить реакцию опоры

№ п/п	Задание
1.	<p>Определить реакцию опоры C, если $F = 4 \text{ Н}$, $AB = BC = 3 \text{ м}$</p> 
2.	<p>Определить реакцию опоры B, если распределенная нагрузка $q = 4 \text{ Н/м}$, расстояние $AB = 4 \text{ м}$, $BC = 2 \text{ м}$</p> 
3.	<p>Укажите схему с правильным направлением реакций в точке A.</p> 

Задание № 2 Определить величины реакций в заделке. Провести проверку правильности решения.

Варианты:

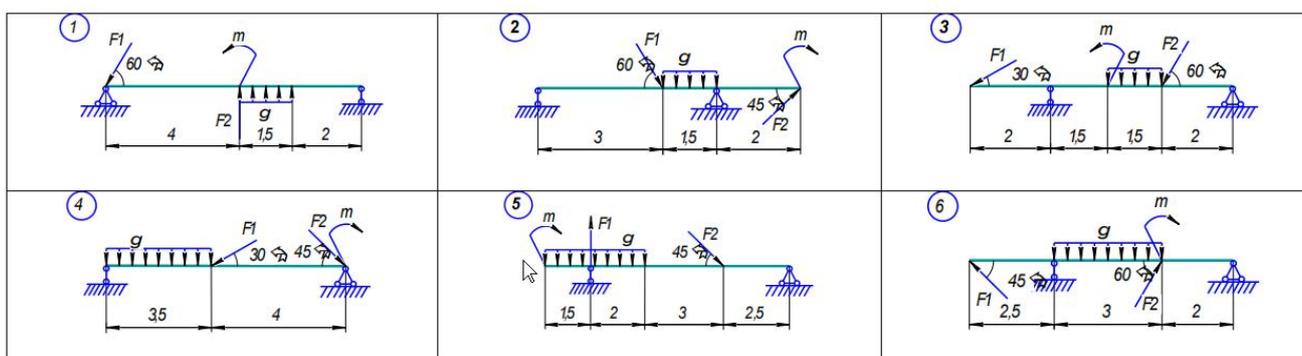
Параметр	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
схема	1	2	3	4	5	6	6	5	4	3	2	1	6
$F_1, \text{ кН}$	20	15	5	25	18	20	12	16	25	25	12	10	30
$F_2, \text{ кН}$	20	10	15	15	5	15	20	25	10	25	5	15	18
$q, \text{ кН}$	3	3	2	4	2	5	3	3	3	3	2	5	4
$m, \text{ кН}\cdot\text{м}$	40	50	70	15	45	50	50	15	30	20	30	60	40



Задание № 3 Определить величины реакций в шарнирных опорах балки. Провести проверку правильности решения

Варианты:

Параметр													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
схема	6	5	4	3	2	1	4	5	6	1	2	3	4
F_1 , кН	17	20	15	22	24	30	10	5	20	23	15	10	18
F_2 , кН	20	15	25	12	16	18	20	23	16	25	20	15	25
g , кН	2	2	5	4	3	2	4	3	5	5	5	5	4
m , кН·м	60	20	40	70	80	30	55	90	40	70	80	15	40



Контрольные вопросы:

1. Какую из форм уравнений равновесия целесообразно использовать при определении реакций в заделке?
2. Какую форму системы уравнений равновесия целесообразно использовать при определении реакций в опорах двухопорной балки и почему?
3. Сколько уравнений равновесия необходимо составить при параллельных внешних силах?
4. Как определить равнодействующую силу равномерно распределённой нагрузки?
5. Назовите формулу для определения момента силы относительно точки.
6. Сформулируйте правила знаков для определения моментов сил.
7. Как проверить правильность определения реакций опор балочных систем?
8. В каком случае момент силы равен 0?