

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ ПО РАЗДЕЛУ

«Сопrotивление материалов»

Практическое занятие 6

Тема 2.2. Расчеты на прочность и жесткость при растяжении и сжатии

Знать порядок расчетов на прочность и жесткость и расчетные формулы.

Уметь проводить проектировочные и проверочные расчеты на прочность и жесткость при растяжении и сжатии.

Необходимые формулы

Нормальное напряжение

$$\sigma = \frac{N}{A},$$

где N — продольная сила; A — площадь поперечного сечения.

Удлинение (укорочение) бруса

$$\Delta l = \frac{Nl}{AE} \quad \text{или} \quad \Delta l = \frac{\sigma l}{E},$$

E — модуль упругости; l — начальная длина стержня.

Допускаемое напряжение

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{прел}}}{[s]},$$

$[s]$ — допускаемый запас прочности.

Условие прочности при растяжении и сжатии:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma].$$

Примеры расчетов на прочность и жесткость

Пример 1. Груз закреплен на стержнях и находится в равновесии (рис. П6.1). Материал стержней — сталь, допускаемое напряжение 160 МПа. Вес груза 100 кН. Длина стержней: первого — 2 м, второго — 1 м. Определить размеры поперечного сечения и удлинение стержней. Форма поперечного сечения — круг.

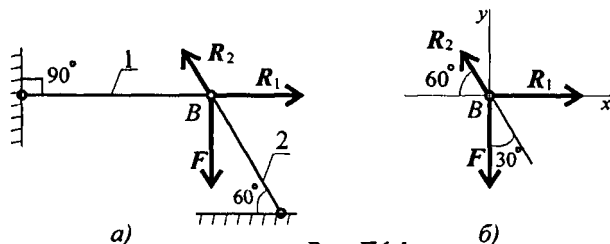


Рис. Пб.1

Решение

1. Определить нагрузку на стержни. Рассмотрим равновесие точки *B*, определим реакции стержней. По пятой аксиоме статистики (закону действия и противодействия) реакция стержня численно равна нагрузке на стержень.

Наносим реакции связей, действующих в точке *B*. Освобождаем точку *B* от связей (рис. Пб.1).

Выбираем систему координат так, чтобы одна из осей координат совпала с неизвестной силой (рис. Пб.1б).

Составим систему уравнений равновесия для точки *B*:

$$\begin{aligned} \sum F_x &= -R_2 \cos 60^\circ + R_1 = 0; \\ \sum F_y &= R_2 \cos 30^\circ - F = 0. \end{aligned}$$

Решаем систему уравнений и определяем реакции стержней.

$$R_2 = \frac{F}{\cos 30^\circ}; \quad R_2 = \frac{100}{0,866} = 115,5 \text{ кН.}$$

$$R_1 = R_2 \cos 60^\circ; \quad R_1 = 115,5 \cdot 0,5 = 57,4 \text{ кН.}$$

Направление реакций выбрано верно. Оба стержня сжаты. Нагрузки на стержни: $F_1 = 57,4 \text{ кН}$; $F_2 = 115,5 \text{ кН}$.

2. Определяем требуемую площадь поперечного сечения стержней из условий прочности.

Условие прочности на сжатие: $\sigma = N/A \leq [\sigma]$, откуда

$$A \geq \frac{N}{[\sigma]}.$$

Стержень 1 ($N_1 = F_1$):

$$A_1 \geq \frac{57,4 \cdot 10^3}{160} = 358,75 \text{ мм}^2.$$

Для круга

$$A = \pi R^2; \quad R = \sqrt{\frac{A}{\pi}}; \quad R_1 \geq \sqrt{\frac{358,75}{3,14}} = 10,68 \text{ мм}; \quad d_1 = 21,3 \text{ мм}.$$

Стержень 2 ($N_2 = F_2$):

$$A_2 \geq \frac{115,5 \cdot 10^3}{160} = 722 \text{ мм}^2; \quad R_2 \geq \sqrt{\frac{722}{3,14}} = 15,2 \text{ мм};$$

$$d_2 = 30,4 \text{ мм}.$$

Полученные диаметры округляем: $d_1 = 25 \text{ мм}$, $d_2 = 32 \text{ мм}$.

3. Определяем удлинение стержней $\Delta l = \frac{Nl}{AE}$.

Укорочение стержня 1:

$$A_1 = \frac{\pi d_1^2}{4}; \quad A_2 = \frac{3,14 \cdot 25^2}{4} = 490 \text{ мм}^2;$$

$$\Delta l_1 = \frac{57,4 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 490} = 1,17 \text{ мм}.$$

Укорочение стержня 2:

$$A_2 = \frac{3,14 \cdot 32^2}{4} = 804 \text{ мм}^2; \quad \Delta l_2 = \frac{115,5 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 804} = 0,72 \text{ мм}.$$

Пример 2. Однородная жесткая плита с силой тяжести 10 кН, нагруженная силой $F = 4,5 \text{ кН}$ и моментом $m = 3 \text{ кН}\cdot\text{м}$, опирается в точке A и подвешена на стержне BC (рис. П6.2). Подобрать сечение стержня в виде швеллера и определить его удлинение, если длина стержня 1 м, материал — сталь, предел текучести 570 МПа, запас прочности для материала 1,5.

Решение

1. Определить усилие в стержне под действием внешних сил.

Система находится в равновесии, можно использовать уравнение равновесия для плиты: $\sum m_A = 0$.

R_B — реакция стержня, реакции шарнира A не рассматриваем.

$$\sum m_A = m + G \cdot 5 - R_B \cdot 7 + F \cdot 10 = 0.$$

$$R_B \cdot 7 = m + G \cdot 5 + F \cdot 10.$$

Откуда
$$R_B = \frac{3 + 10 \cdot 5 + 4,5 \cdot 10}{7} = 14 \text{ кН}.$$

По третьему закону динамики реакция в стержне равна силе, действующей от стержня на плиту. Усилие в стержне равно 14 кН.

2. По условию прочности определяем требуемую величину площади поперечного сечения: $\sigma = N/A \leq [\sigma]$, откуда $A \geq N/[\sigma]$.

Допускаемое напряжение для материала стержня

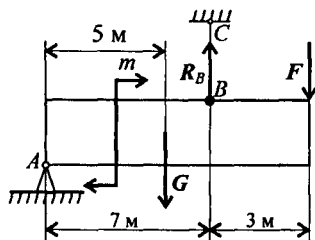


Рис. П6.2

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{[s]} = \frac{570}{1,5} = 380 \text{ МПа}.$$

Следовательно,
$$A \geq \frac{14 \cdot 10^3}{380} = 36,8 \text{ мм}^2 = 0,368 \text{ см}^2.$$

3. Подбираем сечение стержня по ГОСТ (Приложение 1).

Минимальная площадь швеллера 6,16 см² (№ 5; ГОСТ 8240–89).

Целесообразнее использовать равнополочный уголок № 2 (d = 3 мм); площадь поперечного сечения которого 1,13 см² (ГОСТ 8509–86).

4. Определить удлинение стержня:

$$\Delta l = \frac{Nl}{AE}. \quad E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа};$$

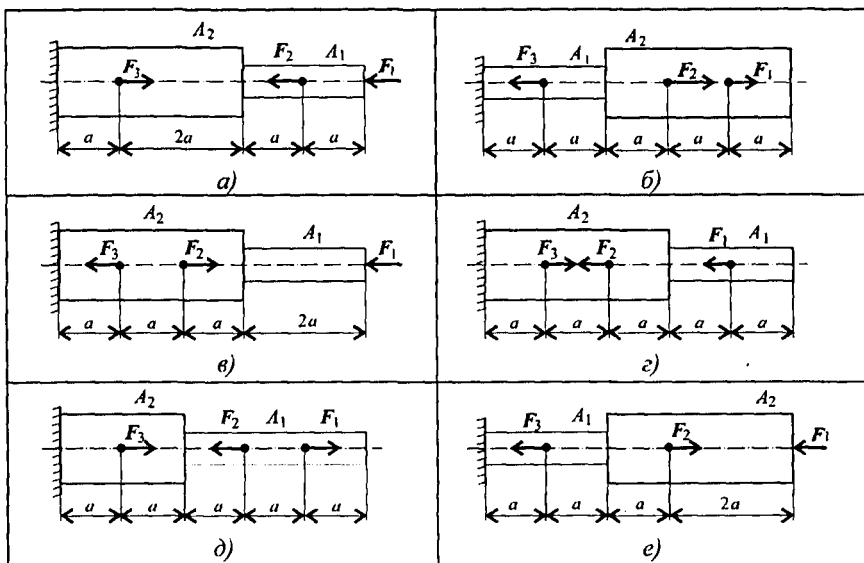
$$\Delta l = \frac{14 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 113} = 0,62 \text{ мм}.$$

На практическом занятии выполняется расчетно-графическая работа и проводится тестовый опрос.

Расчетно-графическая работа

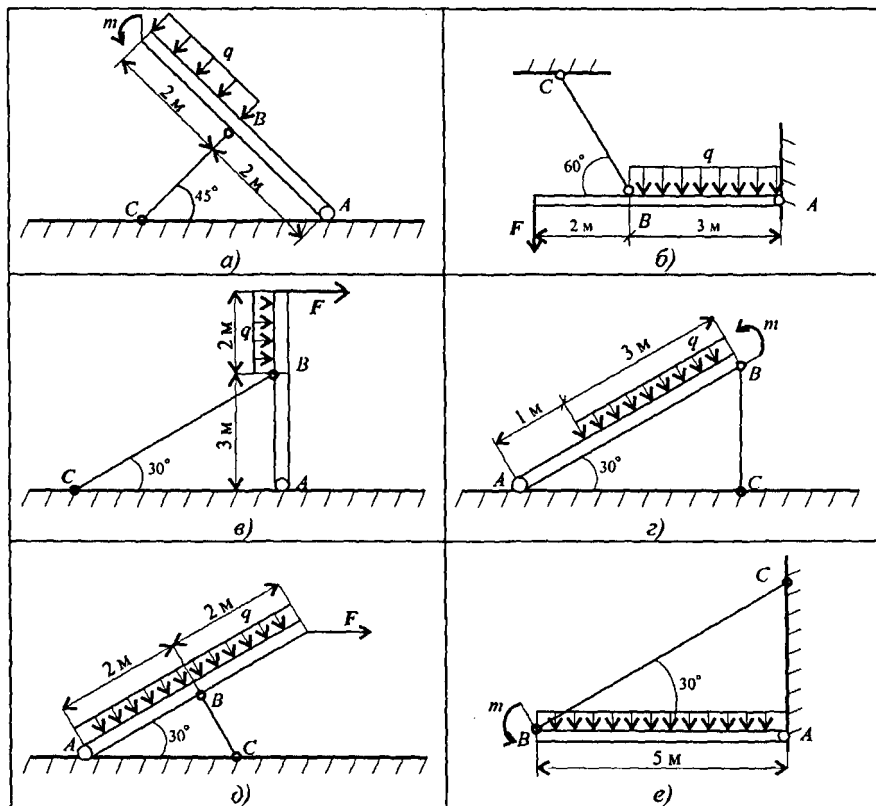
Задание 1. Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений по длине бруса. Определить перемещение свободного конца бруса. Двухступенчатый стальной брус нагружен силами F_1 , F_2 ; F_3 . Площади поперечных сечений A_1 и A_2 .

Принять $E = 2 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$.



Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
F_1 , кН	20	26	20	17	16	10	26	40	14	28
F_2 , кН	10	20	8	13	25	12	9	55	16	14
F_3 , кН	5	10	4	8	28	13	3	24	10	5
A_1 , см ²	1,8	1,6	1,0	2,0	1,2	0,9	1,9	2,8	2,1	1,9
A_2 , см ²	3,2	2,4	1,5	2,5	2,8	1,7	2,6	3,4	2,9	2,4
a , м	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,4	0,3	0,2	0,5	0,6

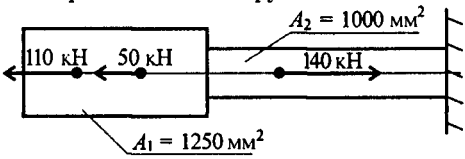
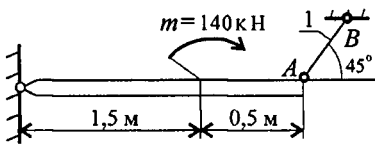
Задание 2. Балка AB , на которую действуют указанные нагрузки, удерживается в равновесии тягой BC . Определить размеры поперечного сечения тяги для двух случаев: 1) сечение — круг; 2) сечение — уголок равнополочный по ГОСТ 8509–86. Принять $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$. Собственный вес конструкции не учитывать.



Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$F, \text{ кН}$	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
$m, \text{ кН}\cdot\text{м}$	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
$q, \text{ кН/м}$	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22

При защите работы ответить на вопросы тестового задания.

Тема 2.2. Растяжение и сжатие. Расчеты на прочность и жесткость

Вопросы	Ответы	Код
<p>1. Определить максимальную продольную силу в поперечном сечении бруса.</p> 	110 кН	1
	140 кН	2
	160 кН	3
	300 кН	4
<p>2. Определить максимальное напряжение в опасном сечении бруса (схема вопроса 1).</p>	88 МПа	1
	128 МПа	2
	160 МПа	3
	188 МПа	4
<p>3. Проверить прочность бруса, изображенного в вопросе 1, если материал бруса — сталь, $\sigma_b = 550$ МПа; $\sigma_\tau = 290$ МПа; допускаемый запас прочности $[s] = 2$.</p>	$\sigma < [\sigma]$	1
	$\sigma = [\sigma]$	2
	$\sigma > [\sigma]$	3
	Данных недостаточно	4
<p>4. Груз подвешен на стержне 1 и находится в равновесии. Материал стержня — сталь, допускаемое напряжение $[\sigma] = 160$ МПа. Подобрать размеры сечения для стержня. Форма поперечного сечения — швеллер.</p> 	№ 6,5	1
	№ 10	2
	№ 12	3
	№ 14	4
<p>5. Определить удлинение стержня АВ. Усилие в стержне 75,6 кН, длина стержня 2 м, материал — сталь, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, сечение — круг диаметром 30 мм.</p>	1,07 мм	1
	2,12 мм	2
	0,1 мм	3
	0,615 мм	4