

Глава 3

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Развитие электродинамики и оптики привело к пересмотру представлений о пространстве и времени. Согласно классическим представлениям о пространстве и времени, считавшимся на протяжении веков незыблемыми, движение не оказывает никакого влияния на течение времени (время абсолютно), а линейные размеры любого тела не зависят от того, покоится тело или движется (длина абсолютна).

Специальная теория относительности Эйнштейна — это новое учение о пространстве и времени, пришедшее на смену старым (классическим) представлениям.

§ 3.1. ЗАКОНЫ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ И ПРИНЦИП ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

После создания электродинамики возникли сомнения в справедливости принципа относительности Галилея применительно к электромагнитным явлениям.

После того как во второй половине XIX в. Максвеллом были сформулированы основные законы электродинамики, возник вопрос, распространяется ли принцип относительности, справедливый для механических явлений, и на электромагнитные явления. Иными словами, протекают ли электромагнитные процессы (взаимодействие зарядов и токов, распространение электромагнитных волн и т. д.) одинаково во всех инерциаль-

ных системах отсчета? Или, быть может, равномерное прямолинейное движение, не влияя на механические явления, оказывает некоторое воздействие на электромагнитные процессы?

Чтобы ответить на этот вопрос, нужно было выяснить, меняются ли основные законы электродинамики (уравнения Максвелла) при переходе от одной инерциальной системы к другой, или же, подобно законам Ньютона, они остаются неизменными. Только в последнем случае можно отбросить сомнения в справедливости принципа относительности применительно к электромагнитным процессам и рассматривать этот принцип как общий закон природы.

Значения координат и времени в двух инерциальных системах отсчета связаны друг с другом преобразованиями Галилея. Преобразования Галилея выражают классические представления о пространстве и времени. Уравнения Ньютона инвариантны относительно преобразований Галилея, и этот факт как раз и выражает принцип относительности в механике.

Законы электродинамики сложны, и выяснить, инвариантны эти законы относительно преобразований Галилея или нет, — нелегкое дело. Однако уже простые соображения позволяют найти ответ. В электродинамике Максвелла скорость распространения электромагнитных волн в вакууме одинакова по всем направлениям и равна $c = 3 \cdot 10^{10}$ см/с. Но, с другой стороны, в соответствии с законом сложения скоростей, вытекающим из преобразований Галилея, скорость может равняться c только в одной избранной системе отсчета. В любой другой системе отсчета, движущейся по отношению к этой избранной системе со скоростью $\vec{v}$, скорость света должна равняться $\vec{c} - \vec{v}$. Это означает, что если справедлив обычный закон сложения скоростей, то при переходе от одной инерциальной системы к другой законы электродинамики должны меняться так, чтобы в этой новой системе отсчета скорость света равнялась не $\vec{c}$, а $\vec{c} - \vec{v}$.

Таким образом, обнаружились определенные противоречия между электродинамикой и механикой Ньютона, законы которой согласуются с принципом относительности. Возникшие трудности можно было попытаться преодолеть тремя различными способами.

Первая возможность состояла в том, чтобы объявить несостоятельным принцип относительности в применении к электромагнитным явлениям. На эту точку зрения стал великий голландский физик, основатель электронной теории Х. Лоренц. Электромагнитные явления еще со времен Фарадея рассматривались как процессы в особой, всепроникающей среде,

заполняющей все пространство, — «мировом эфире». Инерциальная система отсчета, покоящаяся относительно эфира, — это, согласно Лоренцу, особая преимущественная система. В ней законы электродинамики Максвелла справедливы и имеют наиболее простую форму. Лишь в этой системе отсчета скорость света в вакууме одинакова по всем направлениям.

Вторая возможность состоит в том, чтобы считать неправильными сами уравнения Максвелла и пытаться изменить их таким образом, чтобы они при переходе от одной инерциальной системы к другой (в соответствии с обычными, классическими представлениями о пространстве и времени) не менялись. Такая попытка, в частности, была предпринята Г. Герцем. По Герцу, эфир полностью увлекается движущимися телами, и поэтому электромагнитные явления, разыгрывающиеся в эфире, протекают одинаково, независимо от того, покоится тело или движется. Принцип относительности справедлив.

Наконец, *третья возможность* разрешения указанных трудностей состоит в отказе от классических представлений о пространстве и времени, с тем чтобы сохранить как принцип относительности, так и уравнения Максвелла. Это наиболее революционный путь, ибо он означает пересмотр самых глубоких, самых основных представлений в физике. С данной точки зрения оказываются неточными не уравнения электромагнитного поля, а законы механики Ньютона, согласующиеся со старыми представлениями о пространстве и времени, выражаемыми преобразованиями Галилея. Изменять нужно законы механики, а не законы электродинамики Максвелла.

Единственно правильной оказалась именно третья возможность. Последовательно развивая ее, Эйнштейн пришел к новым представлениям о пространстве и времени. Первые два пути, как оказалось, опровергаются экспериментом.

При попытках Герца изменить законы электродинамики Максвелла выяснилось, что новые уравнения не способны объяснить ряд наблюдаемых фактов. Так, согласно теории Герца, движущаяся вода должна полностью увлекать за собой распространяющийся в ней свет, так как она увлекает эфир, в котором свет распространяется. Опыт же показал, что в действительности это не так.

Точка зрения Лоренца, согласно которой должна существовать избранная система отсчета, связанная с мировым эфиром, пребывающим в абсолютном покое, также была опровергнута прямыми опытами.

§ 3.2. ОПЫТ МАЙКЕЛЬСОНА

Если бы скорость света была равна 300 000 км/с только в системе отсчета, связанной с эфиром, то, измеряя скорость света в произвольной инерциальной системе, можно было бы обнаружить движение этой системы по отношению к эфиру и определить скорость этого движения. Подобно тому как в системе отсчета, движущейся относительно воздуха, возникает ветер, при движении по отношению к эфиру (если, конечно, эфир существует) должен быть обнаружен «эфирный ветер».

Опыт по обнаружению «эфирного ветра» был поставлен в 1881 г. американскими учеными А. Майкельсоном и Э. Морли по идее, высказанной за 12 лет до этого Максвеллом. Суть этого опыта можно понять с помощью следующего примера.

Из города A самолет совершает рейсы в города B и C (рис. 3.1, a). Расстояния между городами одинаковы и равны $l = 300$ км, причем трасса AB перпендикулярна трассе AC . Скорость самолета относительно воздуха $c = 200$ км/ч. Пусть в направлении AB дует ветер со скоростью $v = 10$ км/ч. Спрашивается: какой рейс займет больше времени: от A к B и обратно или от A к C и обратно?

В первом случае время полета равно

$$t_1 = \frac{l}{c + v} + \frac{l}{c - v} \approx 3,00075 \text{ ч.}$$

Во втором случае самолет должен держать курс не на сам город C , а на некоторую точку D , лежащую против ветра (рис. 3.1, b). Относительно воздуха самолет пролетит расстояние AD . Воздушный поток сносит самолет на расстояние DC . Отношение этих расстояний равно отношению скоростей:

$$\frac{DC}{AD} = \frac{v}{c}.$$

Относительно Земли самолет пролетит расстояние AC .

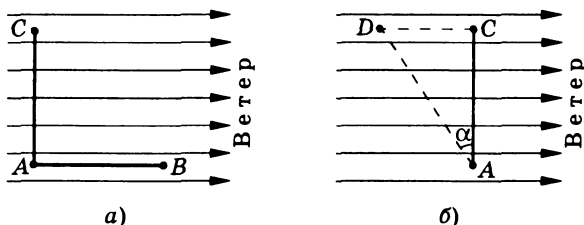


Рис. 3.1

Так как $\frac{DC}{AD} = \sin \alpha$ (см. рис. 3.1, б), то $\sin \alpha = \frac{v}{c}$. Но

$$AD = \frac{AC}{\cos \alpha} = \frac{AC}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}},$$

поэтому

$$AD = \frac{AC}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Следовательно, время t_2 , затраченное самолетом на прохождение этого пути туда и обратно со скоростью c , определится так:

$$t_2 = \frac{2AD}{c} = \frac{2AC}{c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{2AC}{\sqrt{c^2 - v^2}} \approx 3,00375 \text{ ч.}$$

Разность времен налицо. Зная ее, а также расстояние AC и скорость c , можно определить скорость ветра относительно Земли.

Упрощенная схема опыта Майкельсона приведена на рисунке 3.2. В этом опыте роль самолета играла световая волна, имеющая скорость 300 000 км/с относительно эфира. (Никаких сомнений в существовании эфира тогда не было.) Роль обычного ветра играл предполагаемый «эфирный ветер», обдувающий Землю. Относительно неподвижного эфира Земля не может покоиться все время, так как она движется вокруг Солнца со скоростью около 30 км/с и эта скорость непрерывно меняет направление. Роль города A играла полупрозрачная пластина P , разделяющая поток света от источника S на два взаимно перпендикулярных пучка. Города B и C заменены зеркалами M_1 и M_2 , направляющими световые пучки обратно.

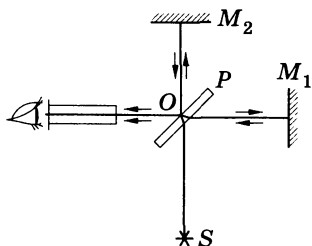


Рис. 3.2

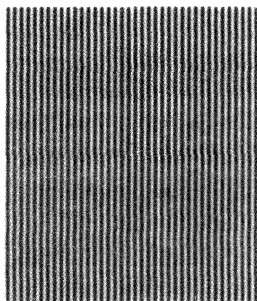


Рис. 3.3

Далее оба пучка света соединялись и попадали в объектив зрительной трубы. При этом возникала интерференционная картина, состоящая из чередующихся светлых и темных полос (рис. 3.3). Расположение полос зависело от разности времен, затрачиваемых на одном и другом пути.

Прибор был установлен на квадратной каменной плите со сторонами по 1,5 м и толщиной более 30 см. Плита плавала в чаше с ртутью, для того чтобы ее можно было без сотрясения поворачивать вокруг вертикальной оси (рис. 3.4).

Направление «эфирного ветра» неизвестно. Но при вращении прибора ориентация световых путей OM_1 и OM_2 относительно «эфирного ветра» должна была изменяться. Следовательно, должна была изменяться разность времен прохождения путей OM_1 и OM_2 , а поэтому должны были смещаться и интерференционные полосы в поле зрения трубы. По этому смещению надеялись определить скорость «эфирного ветра» и ее направление.

Однако, к удивлению ученых, опыт показал, что никакого смещения интерференционных полос при повороте прибора не происходит. Эксперименты ставились в разное время суток и в различные времена года, но всегда с одним и тем же отрицательным результатом: движения Земли по отношению к эфиру обнаружить не удалось. Точность последних экспериментов была такова, что они позволили бы обнаружить изменение скорости распространения света (при повороте интерферометра) даже на 2 м/с.

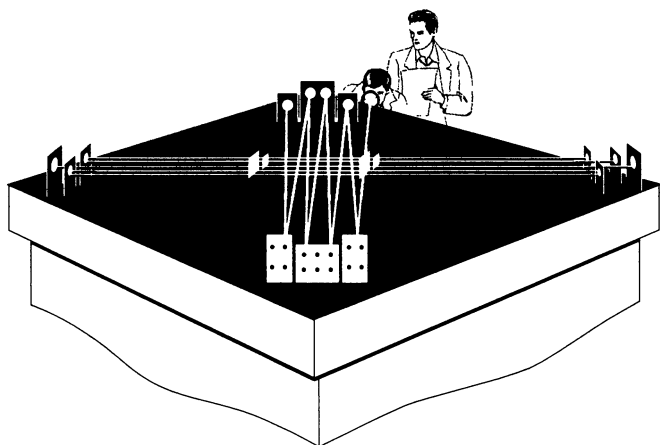


Рис. 3.4

Все это было похоже на то, как если бы вы, высунув голову из окна машины, при скорости 100 км/ч не заметили бы встречного ветра.

Таким образом, идея о существовании преимущественной системы отсчета не выдержала опытной проверки. В свою очередь, это означало, что никакой особой среды — «светоносного эфира», — с которой можно было бы связать такую преимущественную систему отсчета, не существует.

§ 3.3. ПОСТУЛАТЫ* ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

В основе теории относительности лежат два постулата.

Для объяснения отрицательных результатов опыта Майкельсона и других опытов, которые должны были обнаружить движение Земли относительно эфира, вводились различные гипотезы. С помощью этих гипотез пытались объяснить, почему не удастся обнаружить преимущественную систему отсчета (считали, что такая система в действительности якобы имеется). Так, в частности, для объяснения опыта Майкельсона высказывали гипотезу о сокращении линейных размеров всех тел при их движении относительно эфира.

Совсем по-иному подошел к проблеме великий физик XX в. Альберт Эйнштейн (1879—1955): не следует изобретать различные гипотезы для объяснения отрицательных результатов всех попыток обнаружить различие между инерциальными системами. Законом природы является полное равноправие всех инерциальных систем отсчета в отношении не только механических, но и электромагнитных процессов. Нет никакого различия между состоянием покоя и равномерного прямолинейного движения. Именно это обнаружилось в опыте Майкельсона (движение Земли по орбите не оказывает влияния на оптические явления на Земле).

Принцип относительности — главный постулат теории Эйнштейна. Его можно сформулировать так: **все законы природы одинаковы в любой инерциальной системе отсчета.**

Это означает, что во всех инерциальных системах физические законы имеют одинаковую форму. Таким образом,

* Постулат в физической теории играет ту же роль, что и аксиома в математике (основное положение, которое не может быть логически доказано). В физике постулат есть результат обобщения опытных фактов.

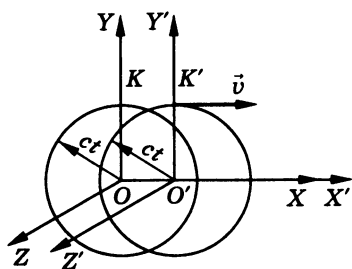


Рис. 3.5

принцип относительности классической механики обобщается на все процессы в природе, в том числе и на электромагнитные. Но теория относительности основывается не только на принципе относительности. Имеется еще второй постулат: **скорость света в вакууме одинакова для всех инерциальных систем отсчета**. Она не зависит ни от скорости источника, ни от скорости приемника светового сигнала*.

Скорость света занимает, таким образом, особое положение.

Для того чтобы решиться сформулировать постулаты теории относительности, нужна была большая научная смелость. Дело в том, что они находятся в очевидном противоречии с классическими представлениями о пространстве и времени.

В самом деле, допустим, что в момент времени, когда начала координат инерциальных систем отсчета K и K' (рис. 3.5), движущихся друг относительно друга со скоростью $\vec{v}$, совпадают, в начале координат произошла кратковременная вспышка света. За время t системы сместятся друг относительно друга на расстояние vt , а сферический волновой фронт будет иметь радиус ct . Системы K и K' равноправны, и скорость света одинакова в той и другой системе.

Следовательно, с точки зрения наблюдателя, связанного с системой отсчета K , центр сферы будет находиться в точке O , а с точки зрения наблюдателя, связанного с системой отсчета K' , он будет находиться в точке O' . Но ведь не может один и тот же сферический фронт иметь центры в O и O' . Это явное противоречие вытекает из рассуждений, основанных на постулатах теории относительности.

Противоречие здесь действительно есть. Но не внутри самой теории относительности. Имеется лишь противоречие с классическими представлениями о пространстве и времени, которые при больших скоростях движения уже несправедливы.

* Этот постулат можно рассматривать как следствие утверждения о независимости скорости света от движения источника и принципа относительности.

§ 3.4. ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ ОДНОВРЕМЕННОСТИ

До начала XX в. никто не сомневался, что время абсолютно. Два события, одновременные для жителей Земли, одновременны для жителей любой космической цивилизации. Создание теории относительности показало, что это не так.

Причиной несостоятельности классических представлений о пространстве и времени является неправильное предположение о возможности мгновенной передачи взаимодействий и сигналов из одной точки пространства в другую. Существование предельной конечной скорости передачи взаимодействий вызывает необходимость глубокого изменения обычных представлений о пространстве и времени, основанных на повседневном опыте. Представление об *абсолютном времени*, которое течет раз и навсегда заданным темпом, совершенно независимо от материи и ее движения, оказывается неправильным.

Если допустить мгновенное распространение сигналов, то утверждение, что события в двух пространственно разделенных точках *A* и *B* произошли одновременно, будет иметь абсолютный смысл. Можно поместить в точки *A* и *B* часы и синхронизировать их с помощью мгновенных сигналов. Если такой сигнал отправлен из точки *A*, например, в 0 ч 45 мин и он в этот же момент времени по часам *B* пришел в точку *B*, то, значит, часы показывают одинаковое время, т. е. идут *синхронно*. Если же такого совпадения нет, то часы можно *синхронизировать*, подведя вперед те часы, которые показывают меньшее время в момент отправления сигнала.

Любые события, например два удара молнии, одновременны, если они происходят при одинаковых показаниях синхронизированных часов.

Только располагая в точках *A* и *B* синхронизированными часами, можно судить о том, произошли ли два каких-либо события в этих точках одновременно или нет. Но как можно синхронизировать часы, находящиеся на некотором расстоянии друг от друга, если скорость распространения сигналов не бесконечно велика?

Для синхронизации часов естественно прибегнуть к световым или вообще электромагнитным сигналам, так как скорость электромагнитных волн в вакууме является строго определенной, постоянной величиной.

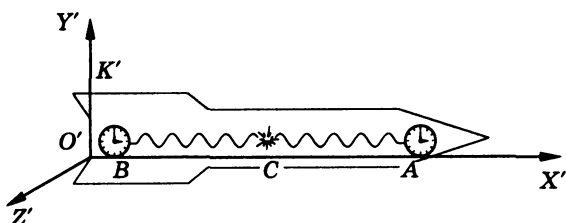


Рис. 3.6

Именно этот способ используют для проверки часов по радио. Сигналы времени позволяют синхронизировать ваши часы с точными эталонными часами. Зная расстояние от радиостанции до дома, можно вычислять поправку на запаздывание сигнала. Эта поправка, конечно, очень невелика. В повседневной жизни она не играет сколько-нибудь существенной роли. Но при огромных космических расстояниях она может оказаться весьма существенной.

Рассмотрим подробнее простой метод синхронизации часов, не требующий никаких вычислений. Допустим, что космонавт хочет узнать, одинаково ли идут часы A и B , установленные на противоположных концах космического корабля (рис. 3.6). Для этого с помощью источника, неподвижного относительно корабля и расположенного в его середине, космонавт производит вспышку света. Свет одновременно достигает обоих часов. Если показания часов в этот момент одинаковы, то часы идут синхронно.

Но так будет лишь относительно системы отсчета K' , связанной с кораблем. В системе же отсчета K , относительно которой корабль движется, положение иное. Часы на носу корабля удаляются от того места, где произошла вспышка света источника, и, чтобы достигнуть часов A , свет должен преодолеть расстояние, большее половины длины корабля (рис. 3.7, а, б). Напротив, часы B на корме приближаются к месту вспышки, и путь светового сигнала меньше половины длины корабля. Поэтому наблюдатель в системе K придет к выводу, что сигналы достигают обоих часов неодновременно. Соответственно часы A и B идут неодинаково.

Два любых события в точках A и B , одновременные в системе K' , неодновременны в системе K . Но в силу принципа относительности системы K' и K совершенно равноправны. Ни одной из этих систем нельзя отдать предпочтение. Поэтому мы вынуждены прийти к заключению, что *одновременность пространственно разделенных событий относительна*. Причи-

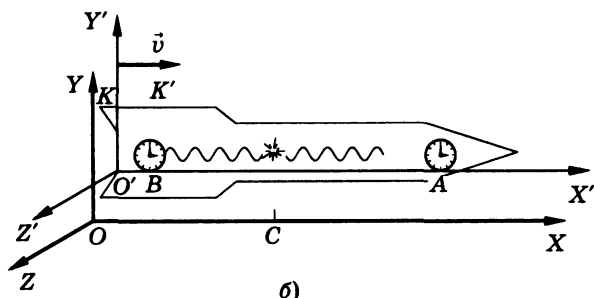
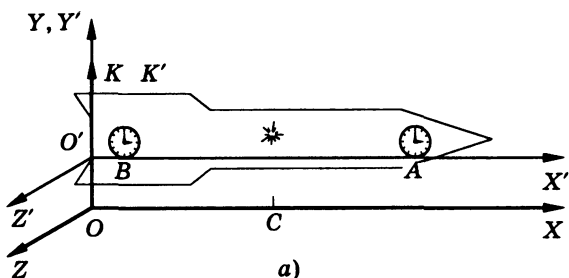


Рис. 3.7

ной относительности одновременности является, как мы видим, конечность скорости распространения сигналов.

Именно в относительности одновременности кроется решение парадокса со сферическими световыми сигналами, о котором шла речь в § 3.3. Свет одновременно достигает точек сферической поверхности с центром в точке O только с точки зрения наблюдателя, находящегося в покое относительно системы K . С точки зрения же наблюдателя, связанного с системой K' , свет достигает этих точек в разные моменты времени.

Разумеется, справедливо и обратное: в системе K свет достигает точек поверхности сферы с центром в O' в различные моменты времени, а не одновременно, как это представляется наблюдателю в системе K' . Отсюда следует, что никакого парадокса в действительности нет.

1. Какие события называются одновременными?
2. С точки зрения наблюдателя, находящегося в движущемся поезде, удары молнии в точке A (впереди поезда) и в точке B (позади поезда) произошли одновременно. Какая молния ударила в землю раньше с точки зрения наблюдателя, покоящегося относительно земли?

§ 3.5. ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛОРЕНЦА

Подобно тому как классические представления о пространстве и времени формулируются количественно с помощью преобразований Галилея для координат и времени, новые релятивистские, как их обычно называют, представления о пространстве и времени формулируются с помощью преобразований Лоренца.

Эти преобразования однозначно вытекают из постулатов теории относительности. Кроме двух постулатов необходимо лишь наложить еще одно требование: преобразования должны быть *линейными*. Требование линейности преобразований следует из однородности пространства-времени: все точки пространства и все моменты времени физически равноценны. Начало системы отсчета пространственных координат и начало отсчета времени ничем не должны быть выделены. При любых нелинейных преобразованиях (например, $x' = kx^2$ и т. д.) такое выделение имело бы место.

Мы не будем рассматривать общие преобразования Лоренца, связывающие координаты и время в двух инерциальных системах, движущихся в произвольном направлении друг относительно друга. Ограничимся *частными преобразованиями*, как это было сделано ранее при записи преобразований Галилея. Это позволит наиболее отчетливо увидеть физическое содержание новых преобразований.

Пусть имеется инерциальная система отсчета K . Координаты любой точки, например точки P , в этой системе обозначим через x, y, z , а время через t (рис. 3.8). Другая инерциальная система K' движется с постоянной скоростью $\vec{v}$ относительно системы K , причем таким образом, что ее ось X' совпадает с

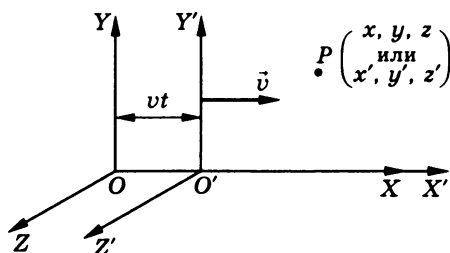


Рис. 3.8

осью X системы K , а оси Y' и Z' параллельны соответствующим осям Y и Z . (Это означает рассмотрение частных преобразований, а не общих.) Наша задача состоит в определении координат x' , y' , z' и времени t' некоторого события относительно системы K' , если известны координаты x , y , z и время t этого же события в системе K . Начало отсчета времени выберем таким образом, чтобы в момент $t = 0$ начала отсчета наших систем (точки O и O' на рис. 3.8) совпадали.

Во-первых, так как движение вдоль осей Y и Z отсутствует, то можно ожидать, что

$$y' = y, \quad (3.5.1)$$

$$z' = z.$$

Далее, начало отсчета системы K' (точка с координатой $x' = 0$ в этой системе) движется относительно системы K вдоль оси X со скоростью $\vec{v}$, так что координата точки O' в системе K изменяется по закону: $x = vt$. Таким образом, задание условия $x' = 0$ эквивалентно условию $x - vt = 0$. Учитывая этот факт и линейность преобразований координат, связь между координатами x' и x для любой точки можно записать в форме:

$$x' = \alpha(x - vt), \quad (3.5.2)$$

где α — подлежащий определению коэффициент, который может зависеть от скорости, но не от координат и времени. Для преобразований Галилея $\alpha = 1$.

С другой стороны, согласно принципу относительности скорость системы K по отношению к системе K' должна быть по модулю равна той же скорости $\vec{v}$, но с противоположным знаком. (Если мы отказались от старых представлений о пространстве и времени, то ничего, кроме принципа относительности, не принуждает нас к этому заключению. Обнаружение различия в скоростях означало бы существование абсолютного движения.) Координата начала отсчета системы K ($x = 0$) в системе K' изменяется по закону: $x' = -vt'$. Снова, учитывая линейность преобразований, мы можем записать:

$$x = \beta(x' + vt'). \quad (3.5.3)$$

Коэффициент β также подлежит определению.

Для нахождения α и β достаточно использовать второй постулат теории относительности. Пусть в момент $t = 0$ из общего для данного момента времени начала координат систем K и K' испущен вдоль осей X , X' световой сигнал. Через промежуток

времени t этот сигнал достигнет некоторой точки, имеющей координату x в системе K и x' в системе K' . Так как скорость света c одинакова в обеих системах, то

$$x = ct \text{ и } x' = ct'. \quad (3.5.4)$$

Возводя почленно уравнения (3.5.4) в квадрат и вычитая второе из первого, будем иметь:

$$x^2 - x'^2 = c^2 t^2 - c^2 t'^2,$$

или

$$x^2 - c^2 t^2 - x'^2 + c^2 t'^2 = 0. \quad (3.5.5)$$

Исключая x' из уравнений (3.5.2) и (3.5.3), можно получить выражение для t' :

$$t' = \alpha \left[t - \frac{x}{v} \left(1 - \frac{1}{\alpha\beta} \right) \right]. \quad (3.5.6)$$

Если в уравнение (3.5.5) подставить значения x' и t' из (3.5.2) и (3.5.6), то мы получим:

$$x^2 - c^2 t^2 - \alpha^2 (x - vt)^2 + c^2 \alpha^2 \left[t - \frac{x}{v} \left(1 - \frac{1}{\alpha\beta} \right) \right]^2 = 0. \quad (3.5.7)$$

Так как это уравнение должно выполняться при любых x и t , то коэффициенты при t^2 , xt и x^2 должны равняться нулю. Это дает три следующих уравнения:

$$-c^2 - \alpha^2 v^2 + \alpha^2 c^2 = 0, \quad (3.5.8)$$

$$\alpha^2 v - \frac{\alpha^2 c^2}{v} + \frac{c^2}{v} \frac{\alpha}{\beta} = 0, \quad (3.5.9)$$

$$1 - \alpha^2 + \frac{c^2}{v^2} \alpha^2 + \frac{c^2}{v^2} \frac{1}{\beta^2} - \frac{2c^2 \alpha}{v^2 \beta} = 0. \quad (3.5.10)$$

Последнее равенство, впрочем, нам не понадобится, так как оно выполняется автоматически, если выполнены равенства (3.5.8) и (3.5.9).

Из уравнения (3.5.8) следует, что

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (3.5.11)$$

Подставляя данное значение α в уравнение (3.5.9), найдем, что

$$\beta = \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (3.5.12)$$

Если теперь подставить найденные значения α и β в уравнения (3.5.2) и (3.5.6) и вспомнить равенства (3.5.1), то можно окончательно записать преобразования Лоренца в следующей форме:

$$\boxed{\begin{aligned} x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \\ y' &= y, \quad z' = z, \\ t' &= \frac{t - \frac{xv}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \end{aligned}} \quad (3.5.13)$$

Решив уравнения (3.5.13) относительно x , y , z и t , мы получим обратные преобразования, выражающие координаты и время в системе K через координаты и время в системе K' :

$$\begin{aligned} x &= \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \\ y &= y', \quad z = z', \\ t &= \frac{t' + \frac{x'v}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \end{aligned} \quad (3.5.14)$$

(Эти преобразования можно также получить из уравнений (3.5.13) переменной знака скорости.)

Несколько существенных замечаний

1. Преобразования Лоренца значительно отличаются от преобразований Галилея. Но это отличие существенно только при скоростях движения, близких к скорости света. Если же

скорость относительного движения систем мала по сравнению со скоростью света: $\frac{v}{c} \ll 1$, то членами $\left(\frac{v}{c}\right)^2$ и $\frac{xv}{c^2}$ в преобразованиях (3.5.13) можно пренебречь, и мы получим преобразования Галилея:

$$\begin{aligned}x' &= x - vt, \\y' &= y, \\z' &= z, \quad t' = t.\end{aligned}\tag{3.5.15}$$

2. Преобразования Лоренца выражают новые представления о пространстве-времени. Согласно принципу относительности не только уравнения Максвелла для электромагнитного поля, но и любые другие законы природы не должны менять свою форму при преобразованиях Лоренца. Законы Ньютона, инвариантные относительно преобразований Галилея, не инвариантны относительно преобразований Лоренца. Поэтому законы классической механики не могут описывать движения тел со скоростями, близкими к скорости света.

3. Характерной чертой новых преобразований является связь времени с пространственными координатами и скоростью движения систем отсчета. В частности, из этих преобразований следует относительность одновременности пространственно разделенных событий. Об этом уже говорилось в § 3.4. Если в точках A и B системы отсчета K произошло одновременно два события (например, световые вспышки в момент времени t), то с точки зрения системы K' событие в A произошло в момент времени

$$t'_A = \frac{t - \frac{v}{c^2}x_A}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

а в B — в момент времени

$$t'_B = \frac{t - \frac{v}{c^2}x_B}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Если $x_A < x_B$, то $t'_A > t'_B$.

4. Преобразования Лоренца ставят скорость света в вакууме в исключительное положение. Это максимально возможная скорость движения любых тел. При $v > c$ для координат и времени получаются мнимые выражения.

§ 3.6. ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ РАССТОЯНИЙ

Рассмотрим основные кинематические следствия преобразований Лоренца.

Пусть твердый стержень покоится в системе K' (рис. 3.9). Его длина в этой системе отсчета, если стержень расположен вдоль оси X' , равна

$$l_0 = x'_2 - x'_1. \quad (3.6.1)$$

Это длина покоящегося стержня (длина покоя).

Спрашивается, какова длина стержня с точки зрения системы K , относительно которой стержень движется со скоростью $\vec{v}$? С самого начала не ясно, что понимать под длиной движущегося стержня. Ведь движущийся стержень нельзя измерить так же, как и покоящийся, путем простого прикладывания линейки. Корректным является определение длины движущегося стержня, предложенное Эйнштейном. Наблюдатель системы K одновременно (по своим часам) отмечает положение концов стержня в своей системе отсчета. Длиной стержня l в системе K является разность координат его концов:

$$l = x_2 - x_1, \quad (3.6.2)$$

где x_2 и x_1 относятся к одному и тому же моменту времени.

Согласно преобразованиям Лоренца (3.5.13) для координат

$$x'_2 = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad x'_1 = \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

(Мы должны использовать именно эти преобразования, содержащие время t , а не уравнение (3.5.14), так как концы

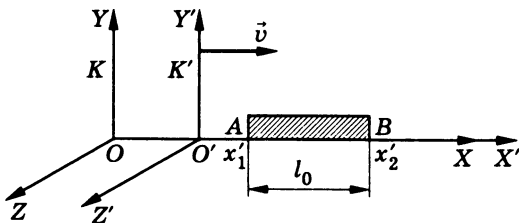


Рис. 3.9

стержня — координаты x_1 и x_2 засекаются в один и тот же момент времени t — время системы K , а не K' .)

Следовательно,

$$l_0 = x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{l}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

или

$$\boxed{l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.} \quad (3.6.3)$$

Таким образом, *длина l движущегося стержня в $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ раз меньше длины l_0 покоящегося стержня. Длина не является абсолютной величиной, как считалось раньше, а зависит от скорости движения объекта. Абсолютным является лишь утверждение о том, что покоящийся стержень всегда длиннее движущегося.*

Действительно, пусть тот же стержень покоится в системе K . Тогда его длина в этой системе (системе покоя)

$$l_0 = x_2 - x_1.$$

Относительно системы K' стержень движется, и его длина в этой системе равна:

$$l = x'_2 - x'_1,$$

если концы стержня x'_2 и x'_1 засекаются в один и тот же момент времени t' .

Используя преобразования Лоренца (3.5.14), найдем, что, как и в предыдущем случае,

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

В этом состоит симметрия обеих физических ситуаций, требуемая принципом относительности.

Сокращение размеров обладает замечательным свойством взаимности. Здесь, по словам английского ученого Эддингтона, обнаруживается противоречие со «здравым смыслом», идущее

гораздо дальше того, что мы встречаем у Свифта. Гулливер смотрел на лилипутов как на карликов, а лилипуты смотрели на Гулливера как на великана. Это естественно. Могло ли быть так, чтобы лилипуты казались карликами Гулливеру, а Гулливер казался карликом лилипутам? «Нет, — восклицает Эддингтон, — это слишком нелепо, даже для сказки. Такие вещи можно найти только в серьезной научной работе».

Обратим еще внимание на то, как наблюдатель из системы отсчета, относительно которой стержень покоится, объясняет укорочение стержня для движущегося по отношению к стержню наблюдателя. С точки зрения первого наблюдателя, второй наблюдатель засекает положение концов стержня не одновременно! Ведь понятие одновременности относительно, и то, что одновременно для одной системы отсчета, не одновременно для другой. Таким образом, можно сказать, что относительность расстояний, в конце концов, обусловлена относительностью одновременности событий.

Обнаружить сокращение движущегося стержня непосредственно экспериментально не представляется возможным из-за того, что оно может стать заметным лишь при скоростях, близких к скорости света. Измерения длин можно производить только для макроскопических тел, а такие тела практически невозможно разогнать до больших скоростей. Пока это удается только с элементарными частицами. Однако о размерах элементарных частиц говорить, как о чем-то вполне определенном, нельзя. Тем не менее релятивистское сокращение расстояний ни в коей мере нельзя считать субъективным или кажущимся. Зависимость расстояния от выбора системы отсчета столь же объективна, как, скажем, зависимость кинетической энергии от скорости движения тела в обычной механике Ньютона или зависимость угловых размеров предмета от расстояния до него.

Любопытно, что если бы удалось сфотографировать движущееся с очень большой скоростью макроскопическое тело, то на фотографии сокращение размеров не обнаружилось бы. Дело в том, что от различных участков тела свет проходит различные расстояния. Это запаздывание приводит к искажению фотографируемого предмета, в точности компенсирующему сокращение его размеров.

Влияние эффекта запаздывания светового сигнала на фотографическое изображение можно отчетливо обнаружить при фотографировании двух очень кратковременных световых им-

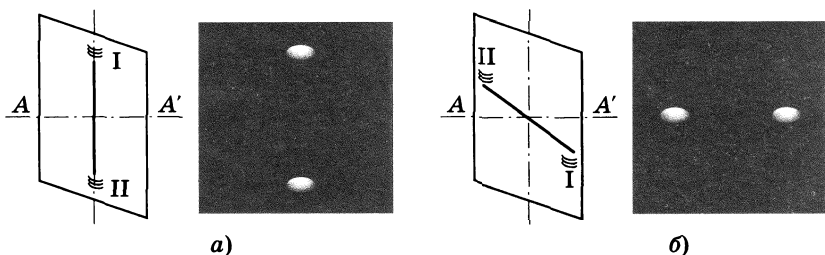


Рис. 3.10

пульсов длительностью порядка 10^{-11} с. Пусть созданные лазером два световых импульса расположены в плоскости, перпендикулярной направлению их движения. Движение происходит в мутной воде, рассеивающей свет. Если световые импульсы находятся в вертикальной плоскости на равном расстоянии от объектива фотоаппарата, то на фотографии при времени экспозиции 10^{-11} с их изображения лежат на одной вертикальной прямой (рис. 3.10, а). Но фотография выглядит совсем по-другому, если световые импульсы находятся на разных расстояниях от объектива фотоаппарата (рис. 3.10, б). Изображение более удаленного светового импульса смещено назад по сравнению с изображением ближайшего импульса.

§ 3.7. ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ ПРОМЕЖУТКОВ ВРЕМЕНИ

Пусть в одной и той же точке с координатой x'_0 системы K' происходят два события, разделенные интервалом времени

$$\tau_0 = t'_2 - t'_1. \quad (3.7.1)$$

Например, это могут быть два последовательных удара метронома, отбивающего каждую секунду. Система K' является для данных событий «системой покоя», т. е. системой, относительно которой события происходят в одной точке, т. е. покоятся.

Найдем интервал времени между этими же событиями, измеренный по часам системы K , относительно которой события «движутся», т. е. происходят в разных точках с координатами x_{01} и x_{02} (рис. 3.11):

$$\tau = t_2 - t_1, \quad (3.7.2)$$

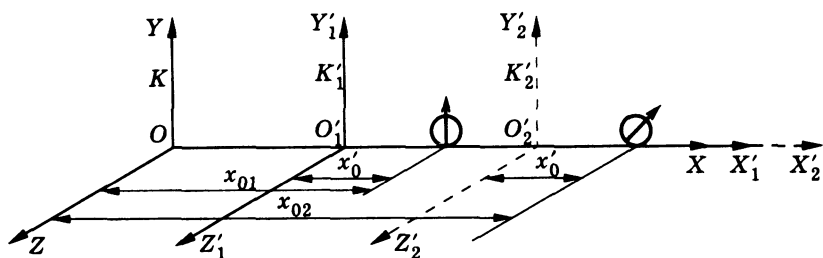


Рис. 3.11

где t_1 и t_2 — время наступления событий по часам системы K . Согласно преобразованиям Лоренца (3.5.14):

$$\tau = \frac{t'_2 + \frac{v}{c^2}x'_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{t'_1 + \frac{v}{c^2}x'_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

или

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

(3.7.3)

Промежуток времени, измеренный по часам, относительно которых события «движутся», больше, чем промежуток времени, измеренный по часам системы, в которой оба события происходят в одной и той же точке. *Временной интервал между событиями оказывается не абсолютной величиной, как считалось ранее, а относительной.*

Время, измеренное по часам системы, в которой события покоятся, называется **собственным временем**. Оно минимально, и этот факт имеет такое же абсолютное значение, как и то, что длина покоящегося стержня максимальна. (Собственное время — инвариант, как и длина в системе покоя.) Если собственное время между событиями, к примеру, равно 5 с, то все движущиеся наблюдатели по своим часам отметят большие интервалы: 6 с, 10 с и т. д. в зависимости от скорости относительного движения v . Этот эффект часто называют **замедлением времени в движущихся системах**.

Требуемое принципом относительности равноправие систем K и K' состоит в том, что если события происходят в одной и той же точке системы K , то тогда интервал между событиями будет минимален по часам этой системы. В самом деле, теперь

$$\tau_0 = t_2 - t_1,$$

а интервал времени по часам системы K' равен:

$$\tau = t'_2 - t'_1 = \frac{t_2 - t_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Можно сказать, что данный предмет или последовательность двух событий в одной точке в некотором смысле выделяют преимущественную систему отсчета (систему покоя), которая может быть особенно удобной для описания явлений. Но требуемое принципом относительности равноправие систем отсчета этим обстоятельством несколько не нарушается.

Явление замедления времени обнаруживается экспериментально при наблюдении распада нестабильных элементарных частиц, таких как мюон, π -мезоны и др. Среднее время жизни, например мюона, т. е. время жизни между двумя событиями: рождением мюона и его распадом, в системе покоя в среднем равно $\tau_0 = 2,2 \cdot 10^{-6}$ с. Чем быстрее движется мюон относительно лабораторной системы отсчета, тем больше его время жизни. Так как скорости движения элементарных частиц могут быть очень близкими к скорости света, то это увеличение времени жизни, определяемое формулой (3.7.3), обнаруживается на опыте. Оно может оказаться больше времени жизни покоящейся частицы в несколько десятков раз, причем увеличение времени жизни в зависимости от скорости v движения мюона относительно лаборатории в точности соответствует формуле (3.7.3). В результате при скорости $v \approx c$ мюон проходит путь не $\tau_0 c \approx 660$ м, а во много раз больший.

Если бы удалось сообщить макроскопическому телу — ракете — скорость, близкую к скорости света, то космонавт, стартовавший с Земли и прошедший в космосе по часам ракеты, скажем, 1 год, с точки зрения обитателей Земли вследствие релятивистского замедления времени проведет в космосе гораздо большее время, скажем, 10 лет. В то время как на Земле пройдет 10 лет и люди постареют на 10 лет, на ракете

пройдет 1 год и космонавт постареет также на 1 год. В этом смысле возможно путешествие в будущее, но, разумеется, не в прошлое.

На первый взгляд здесь имеется противоречие. Ведь, казалось бы, с точки зрения космонавта, движется Земля и замедление времени должно происходить на Земле, а не на ракете. Однако в действительности противоречия нет. Преобразования Лоренца и все следствия из них справедливы только для инерциальных систем отсчета. Такой системой с большой точностью можно считать систему, связанную с земным шаром. Но стартующая с Земли ракета должна обязательно ускоряться, затем где-то в космосе тормозиться и опять разгоняться для возвращения назад. Поэтому считать систему отсчета, связанную с ракетой, инерциальной, ни в коем случае нельзя. Это означает, что проводить рассуждения с точки зрения системы отсчета, связанной с ракетой, и пользоваться преобразованиями Лоренца мы не имеем права.

В 1916 г. Эйнштейном были заложены основы так называемой общей теории относительности, в которой принцип относительности распространяется и на неинерциальные системы отсчета. Если рассмотреть полет космонавта с помощью этой теории, то и с точки зрения системы отсчета, связанной с ракетой, возвратившись на Землю, космонавт должен обнаружить, что на Земле прошло гораздо больше времени, чем на ракете.

Вытекающее из теории относительности представление о том, что одновременность событий, размеры предметов, интервалы времени не являются абсолютными, а зависят от скорости движения, кажутся противоречащими «здравому смыслу», т. е. повседневному опыту. Так и есть на самом деле. В повседневной жизни мы встречаемся только с движениями тел со скоростями, много меньшими скорости света, когда все релятивистские эффекты практически незаметны. Мы привыкли к медленным движениям и лишены возможности представить себе наглядно в полной мере процессы при скоростях, близких к скорости света. Такие процессы непосредственно недоступны ни нашим органам чувств, ни нашему воображению. Лишь с помощью науки, опирающейся на мощь разума и использующей совершенные экспериментальные установки, удалось установить законы природы при больших скоростях движения.

§ 3.8. РЕЛЯТИВИСТСКИЙ ЗАКОН СЛОЖЕНИЯ СКОРОСТЕЙ

Новым релятивистским представлениям о пространстве и времени соответствует новый закон сложения скоростей. Очевидно, что классический закон сложения скоростей не может быть справедлив, так как он противоречит утверждению о постоянстве скорости света в вакууме.

Сложение скоростей

Если поезд движется со скоростью $\vec{v}$ и в вагоне в направлении движения поезда распространяется световая волна, то ее скорость относительно Земли должна равняться опять-таки c , а не $v + c$. Новый закон сложения скоростей и должен приводить к требуемому результату.

Мы получим закон сложения скоростей для частного случая, когда тело движется вдоль оси X' системы отсчета K' , которая, в свою очередь, движется со скоростью $\vec{v}$ относительно системы отсчета K . При этом в процессе движения координатные оси X и X' все время совпадают, а координатные оси Y и Y' , Z и Z' остаются параллельными (рис. 3.12).

Обозначим скорость тела относительно системы K' через $\vec{v}_{x1}$, а скорость этого же тела относительно K через $\vec{v}_{x2}$.

За малый интервал времени $\Delta t'$, измеренный по часам системы K' , тело переместится на отрезок $\Delta x'$ в системе K' и на отрезок Δx в системе K . Этот же интервал времени по часам системы K обозначим через Δt . Согласно преобразованиям Лоренца (3.5.14) интервалы Δx , $\Delta x'$ и $\Delta t'$ связаны соотношением:

$$\Delta x = \frac{\Delta x' + v \Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (3.8.1)$$

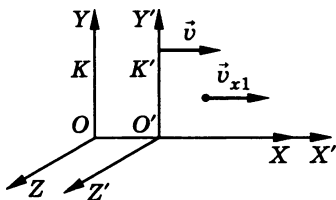


Рис. 3.12

а интервалы Δt , $\Delta t'$ и $\Delta x'$ — соотношением

$$\Delta t = \frac{\Delta t' + \frac{v}{c^2} \Delta x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (3.8.2)$$

Разделив почленно левые и правые части уравнений (3.8.1) и (3.8.2), получим:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x' + v \Delta t'}{\Delta t' + \frac{v}{c^2} \Delta x'}. \quad (3.8.3)$$

Числитель и знаменатель правой части равенства (3.8.3) разделим на интервал $\Delta t'$:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\frac{\Delta x'}{\Delta t'} + v}{1 + \frac{v}{c^2} \frac{\Delta x'}{\Delta t'}}. \quad (3.8.4)$$

В выражении (3.8.4) $\frac{\Delta x}{\Delta t} = v_{x2}$ — не что иное, как скорость тела в системе отсчета K , а $\frac{\Delta x'}{\Delta t'} = v_{x1}$ — скорость того же тела в системе отсчета K' . Следовательно, выражение (3.8.4) представляет собой *релятивистский закон сложения скоростей*:

$$\boxed{v_{x2} = \frac{v_{x1} + v}{1 + \frac{v_{x1} v}{c^2}}}. \quad (3.8.5)$$

Если $v \ll c$ и $v_{x1} \ll c$, то членом $\frac{v_{x1} v}{c^2}$ в знаменателе можно пренебречь и вместо (3.8.5) получим классический закон сложения скоростей:

$$v_{x2} = v_{x1} + v.$$

При $v_{x1} = c$ скорость v_{x2} также равна c , как этого требует второй постулат теории относительности. Действительно,

$$v_{x2} = \frac{c + v}{1 + \frac{cv}{c^2}} = c.$$

Замечательным свойством релятивистского закона сложения скоростей является то, что при любых скоростях v_{x1} и v (конечно, не больших c) результирующая скорость v_{x2} не превышает c . В предельном случае при $v_{x1} = v = c$ получаем:

$$v_{x2} = \frac{2c}{2} = c.$$

Скорости $v > c$ невозможны. Скорость света является максимально возможной скоростью передачи взаимодействий в природе.

Опыт Физо

С помощью релятивистского закона сложения скоростей можно очень просто объяснить результат опыта Физо по частичному увлечению света движущейся прозрачной средой, например водой. Опыт Физо показал, что если прозрачная среда с показателем преломления n движется со скоростью $\vec{v}$, то скорость световой волны, направленной по скорости $\vec{v}$, оказывается равной:

$$v_{x2} = \frac{c}{n} + kv, \quad (3.8.6)$$

где $k = 1 - \frac{1}{n^2}$ — так называемый коэффициент увлечения Физо.

Если скорость света относительно воды равна $v_{x1} = \frac{c}{n}$, а скорость самой воды относительно лабораторной системы отсчета равна v , то скорость света в лабораторной системе отсчета, согласно уравнению (3.8.5), равна:

$$v_{x2} = \frac{\frac{c}{n} + v}{1 + \frac{vc}{c^2 n}} = \frac{\left(\frac{c}{n} + v\right)\left(1 - \frac{v}{cn}\right)}{\left(1 + \frac{v1}{cn}\right)\left(1 - \frac{v1}{cn}\right)} = \frac{\frac{c}{n} + v - \frac{v}{n^2} - \frac{v^2}{cn}}{1 - \frac{v^2}{c^2} \frac{1}{n^2}}.$$

Пренебрегая малыми членами $\frac{v^2}{cn}$ и $\frac{v^2}{c^2 n^2}$ (членами второго порядка малости) по сравнению с остальными, получим:

$$v_{x2} \approx \frac{c}{n} + v\left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{c}{n} + kv. \quad (3.8.7)$$

Это и есть результат, полученный экспериментально Физо.

- ? 1. Если $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 0,1$, то мюон проходит относительно Земли путь 6600 м вместо 660 м. Как объяснить этот результат с точки зрения системы отсчета, связанной с мюоном?
2. Могут ли с точки зрения теории относительности существовать абсолютно твердые тела?
3. Может ли электрон в какой-либо среде двигаться со скоростью, превышающей скорость света в данной среде?

§ 3.9. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ДИНАМИКА. ЗАВИСИМОСТЬ МАССЫ ОТ СКОРОСТИ

С новыми пространственно-временными представлениями не согласуются при больших скоростях движения законы механики Ньютона. Лишь при малых скоростях движения, когда справедливы классические представления о пространстве и времени, второй закон Ньютона

$$m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \vec{F} \quad (3.9.1)$$

не меняет своей формы при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой (выполняется принцип относительности). Но при больших скоростях движения этот закон в своей обычной (классической) форме несправедлив.

Согласно второму закону Ньютона (3.9.1) постоянная сила, действуя на тело продолжительное время, может сообщить телу сколь угодно большую скорость. Но в действительности скорость света в вакууме является предельной, и ни при каких условиях тело не может двигаться со скоростью, превышающей скорость света в вакууме. Требуется совсем небольшое изменение уравнения движения тел, чтобы это уравнение было верным при больших скоростях движения. Предварительно перейдем к той форме записи второго закона динамики, которой пользовался сам Ньютон:

$$\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}, \quad (3.9.2)$$

где $\vec{p} = m\vec{v}$ — импульс тела. В этом уравнении масса тела считалась постоянной, независимой от скорости.

Поразительно, что при больших скоростях движения, близких к скорости света, уравнение движения (3.9.2) не меняет своей формы. Изменения касаются лишь массы. Именно при больших скоростях движения масса не остается постоянной, а начинает возрастать по мере приближения скорости движения тела к скорости света c . Считавшаяся со времен Ньютона на протяжении двух с половиной веков неизменной, масса в действительности зависит от скорости.

Зависимость массы от скорости можно найти, исходя из предположения, что закон сохранения импульса справедлив и при новых представлениях о пространстве и времени, и, в частности, при релятивистском законе сложения скоростей.

Зависимость массы от скорости.

Релятивистский импульс

Покажем вначале, что если импульс $\vec{p} = m\vec{v}$ и $m = \text{const}$, то закон сохранения импульса не согласуется с релятивистским законом сложения скоростей.

Рассмотрим два одинаковых шара, движущихся вдоль оси X навстречу друг другу. Скорости шаров равны по модулю и противоположны по направлению: $\vec{v}_1 = \vec{u}$ и $\vec{v}_2 = -\vec{u}$ (рис. 3.13). Между шарами происходит абсолютно неупругое соударение, после которого в системе отсчета K они останавливаются.

Как выглядит этот процесс с точки зрения системы K' , относительно которой система K движется со скоростью $-\vec{v}$? Согласно релятивистскому закону сложения скоростей (3.8.5), скорость первого шара до удара равна:

$$u'_1 = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}, \quad (3.9.3)$$

а второго *:

$$u'_2 = \frac{-u - v}{1 + \frac{uv}{c^2}}. \quad (3.9.4)$$

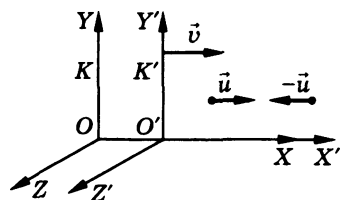


Рис. 3.13

* Уравнения записаны для проекций скоростей на оси X, X' .

Начальный импульс системы шаров до удара равен:

$$p_{\text{н}} = m \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}} - m \frac{u + v}{1 + \frac{uv}{c^2}}, \quad (3.9.5)$$

где m — масса одного шара.

После удара шары движутся вместе со скоростью $-\vec{v}$, так как в системе K они покоятся. Конечный импульс шаров

$$p_{\text{к}} = -2m\vec{v}. \quad (3.9.6)$$

Совершенно очевидно, что $p_{\text{н}} \neq p_{\text{к}}$, хотя равенства импульсов требует закон сохранения импульса.

При исследовании более сложного случая упругого соударения шаров, когда скорости их меняются как по модулю, так и по направлению, можно непосредственно найти, каким образом должна зависеть масса от скорости, чтобы закон сохранения импульса выполнялся в любой системе отсчета. Мы пойдем по более простому пути. Покажем, что закон сохранения импульса при неупругом соударении, о котором шла речь, выполняется, если масса следующим образом зависит от скорости:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (3.9.7)$$

Здесь v — скорость тела по отношению к определенной системе отсчета, а m_0 — масса покоя, т. е. значение массы в системе координат, по отношению к которой тело покоится.

Массу первого шара до соударения в системе отсчета K' можно найти, если в формулу (3.9.7) вместо скорости v подставить скорость u'_1 [см. формулу (3.9.3)]:

$$m_1 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{(u - v)^2}{c^2 \left(1 - \frac{uv}{c^2}\right)^2}}} = \frac{m_0 c \left(1 - \frac{uv}{c^2}\right)}{\sqrt{c^2 - u^2 - v^2 + \frac{u^2 v^2}{c^2}}} \quad (3.9.8)$$

(здесь, напомним, v — скорость систем отсчета K и K' друг относительно друга). Масса второго шара до соударения равна:

$$m_2 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{(u+v)^2}{c^2 \left(1 + \frac{uv}{c^2}\right)^2}}} = \frac{m_0 c \left(1 + \frac{uv}{c^2}\right)}{\sqrt{c^2 - u^2 - v^2 + \frac{u^2 v^2}{c^2}}}. \quad (3.9.9)$$

Если допустить, что в релятивистской теории масса сохраняется (впоследствии мы увидим, что сохранение массы вытекает из сохранения энергии), то закон сохранения импульса в системе K' запишется так:

$$m_1 \frac{u-v}{1 - \frac{uv}{c^2}} + m_2 \frac{-u-v}{1 + \frac{uv}{c^2}} = (m_1 + m_2)(-v). \quad (3.9.10)$$

Подставив в это уравнение массы m_1 и m_2 , определяемые выражениями (3.9.8) и (3.9.9), мы убедимся, что уравнение (3.9.10) выполняется.

Закон сохранения импульса имеет место, если под импульсом понимать выражение:

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = m \vec{v}, \quad (3.9.11)$$

где m — релятивистская масса (3.9.7), зависящая от скорости*.

На рисунке 3.14 представлена зависимость массы тела от его скорости.

При скоростях движения, много меньших скорости света, выражение $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ чрезвычайно мало отличается от единицы.

* Отметим, что в современной физике высоких энергий предпочитают не вводить понятие релятивистской массы и говорить только о массе покоя. При этом формула (3.9.11) для релятивистского импульса остается той же. Мы не считаем целесообразным пользоваться новой терминологией.

Так, при скорости современной космической ракеты $v = 10$ км/с получаем

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 0,99999999944.$$

Неудивительно поэтому, что заметить увеличение массы с ростом скорости при таких сравнительно небольших скоростях движения невозможно. Но элементарные частицы в современных ускорителях частиц достигают огромных скоростей. Если скорость частицы на 90 км/с меньше скорости света, то ее масса увеличивается в 40 раз.

Мощные ускорители для электронов способны разгонять эти частицы до скоростей, которые меньше скорости света лишь на 35—40 м/с. При этом масса электрона возрастает примерно в 2000 раз, и электрон по массе превосходит протон. Чтобы такой электрон удерживался на круговой орбите, на него со стороны магнитного поля должна действовать сила, в 2000 раз большая, чем можно было бы предполагать, не учитывая зависимости массы от скорости. Для расчета траекторий быстрых частиц пользоваться механикой Ньютона уже нельзя.

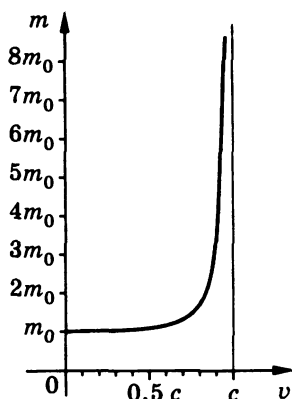


Рис. 3.14

Релятивистское уравнение движения

Основной закон релятивистской динамики, заменяющий классическое уравнение движения Ньютона, записывается в следующей форме:

$$\frac{\Delta \left(\frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right)}{\Delta t} = \vec{F}. \quad (3.9.12)$$

По мере увеличения скорости движения масса тела, определяющая его инертные свойства, увеличивается. При $v \rightarrow c$ масса тела в соответствии с уравнением (3.9.7) возрастает неограниченно ($m \rightarrow \infty$); поэтому ускорение стремится к нулю и скорость практически перестает возрастать, как бы долго ни действовала сила.

Необходимость пользоваться релятивистским уравнением движения при расчете ускорителей заряженных частиц означает, что теория относительности в наше время стала инженерной наукой.

Принцип соответствия

Законы механики Ньютона можно рассматривать как частный случай релятивистской механики, справедливый при скоростях движения тел, много меньших скорости света. Точно так же классические представления о пространстве и времени, выражаемые преобразованиями Галилея, справедливы только для скоростей движения систем отсчета, много меньших скорости света.

Все это является выражением *принципа соответствия*. В общей форме принципом соответствия называют следующее утверждение: любая новая физическая теория, претендующая на более глубокое описание процессов и на более широкую область применимости, чем старая, должна включать последнюю как предельный случай.

Впервые принцип соответствия был выдвинут Н. Бором в 1923 г. в связи с установлением связи квантовой теории с классической.

§ 3.10. СИНХРОФАЗОТРОН

В электродинамике вы познакомились с одним из типов ускорителей элементарных частиц — *циклотроном*. Принцип его действия основан на том, что время обращения заряженной частицы в магнитном поле по окружности не зависит от радиуса R окружности (или скорости частицы v). Оно определяется массой частицы, ее зарядом и индукцией магнитного поля, в котором частица движется.

Но это справедливо лишь при $v \ll c$. При больших же значениях v масса зависит от скорости и время обращения частицы перестает быть постоянным. Циклотрон поэтому не способен разгонять частицы до больших скоростей и, следовательно, до больших энергий.

В современных мощных ускорителях — *синхрофазотронах* — используется тот же, что и в циклотроне, принцип многократного прохождения заряженных частиц (чаще всего протонов) через ускоряющие промежутки, в которых сосредоточено сильное переменное электрическое поле.

Синхрофазотрон имеет форму кольца больших размеров. Частицы движутся в вакуумной камере, расположенной внутри системы электромагнитов. Траектория каждой частицы состоит из отдельных коротких прямолинейных участков и дуг окружности (рис. 3.15). Часть прямолинейных участков используется для размещения электродов, между которыми создается ускоряющее электрическое поле. На других

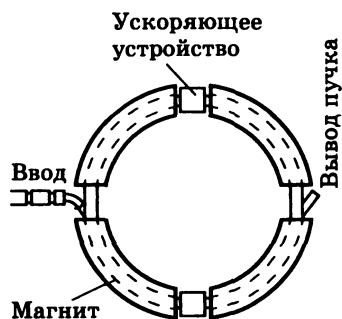


Рис. 3.15

прямолинейных участках располагаются приборы для ввода в ускоритель заряженных частиц и вывода из него пучков частиц, разогнанных до релятивистских скоростей.

Так как каждое прохождение частицей, например протоном, ускоряющего промежутка увеличивает ее скорость (следовательно, и массу), магнитное поле, искривляющее траекторию частицы, не должно оставаться постоянным. Для сохранения радиуса кривизны траектории неизменным магнитное поле должно по мере разгона частиц нарастать. Одновременно (синхронно) с изменением магнитного поля должно строго определенным образом меняться и переменное электрическое поле в ускоряющих промежутках. Чтобы движущийся со все большей и большей скоростью протон подходил к ускоряющему промежутку в момент, когда электрическое поле направлено вдоль его скорости, частота изменения электрического поля должна по мере разгона также расти. Необходимое согласование между ростом магнитного поля и увеличением частоты рассчитывается с помощью релятивистской динамики. Синхрофазотрон — релятивистский прибор.

Крупнейшим ускорителем в нашей стране является в настоящее время синхрофазотрон, построенный вблизи г. Серпухова. Общая масса его магнитов составляет 20 000 т. На длине одного оборота (около 1,5 км) ускоряемые протоны проходят суммарную разность потенциалов в 350 000 В и приобретают соответственно энергию 350 000 эВ*. За весь цикл ускорения протоны приобретают энергию свыше 70 ГэВ.

* Электрон-вольт (эВ) — внесистемная единица энергии, широко применяемая в ядерной физике: $1 \text{ эВ} = 1,60207 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$. Электрон приобретает энергию 1 эВ, пройдя разность потенциалов 1 В.

§ 3.11. СВЯЗЬ МЕЖДУ МАССОЙ И ЭНЕРГИЕЙ

Перейдем теперь к важнейшему следствию теории относительности, играющему одну из самых главных ролей в ядерной физике и физике элементарных частиц. Речь пойдет об универсальной связи между энергией и массой.

Связь между энергией и массой неизбежно следует из закона сохранения энергии и того факта, что масса тела зависит от скорости его движения. Это видно из простого примера. При нагревании газа в сосуде ему сообщается определенная энергия. Скорость хаотического теплового движения молекул зависит от температуры и увеличивается с нагреванием газа. Увеличение скорости движения молекул, согласно формуле (3.9.7), означает увеличение массы всех молекул. Следовательно, масса газа в сосуде увеличивается при увеличении его внутренней энергии. Между массой газа и его энергией существует связь.

Связь между массой и энергией при медленных движениях

Проще всего установить связь массы с энергией количественно на примере движения тела со скоростью v , значительно меньшей скорости света c . Для этого найдем приближенное выражение для зависимости массы от скорости при $v \ll c$. Знаменатель в формуле (3.9.7) можно записать так:

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}\right)^2 - \frac{1}{4} \frac{v^4}{c^4}}.$$

Пренебрегая малой величиной $\frac{1}{4} \frac{v^4}{c^4}$, получим:

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \approx 1 - \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}.$$

Поэтому

$$m \approx \frac{m_0}{1 - \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}}.$$

Умножая числитель и знаменатель на $1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}$ и снова пренебрегая членом $\frac{1}{4} \frac{v^4}{c^4}$, приходим к приближенной формуле

$$m = m_0 + \frac{1}{2} m_0 v^2 \frac{1}{c^2}. \quad (3.11.1)$$

Отсюда следует, что изменение массы тела $\Delta m = m - m_0$ при увеличении его кинетической энергии на $\Delta E = \frac{1}{2} m_0 v^2$ выражается так:

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}.$$

Это значит, что приращение массы тела при увеличении его скорости равно сообщенной ему кинетической энергии, деленной на квадрат скорости света.

Формула Эйнштейна

Данный вывод можно обобщить на случай любых скоростей движения. Для этого придется проявить умение дифференцировать не очень простые функции.

Вычислим работу в единицу времени силы $\vec{F}$ (т. е. мощность), используя релятивистское уравнение движения (3.9.12):

$$\begin{aligned} \vec{F} \cdot \vec{v} &= (m\vec{v})' \cdot \vec{v} = m_0 \vec{v} \cdot \left(\frac{\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right)' = \\ &= m_0 \vec{v} \cdot \left\{ \frac{\vec{v}'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + \frac{\frac{(\vec{v})^2}{c^2} \vec{v}'}{\left(1 - \frac{(\vec{v})^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}} \right\} = \frac{m_0 \vec{v} \cdot \vec{v}'}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}. \end{aligned} \quad (3.11.2)$$

Здесь учтено, что $(\vec{v})^2 = v^2$; $\vec{v}'$ означает производную скорости по времени.

Теперь продифференцируем по времени выражение $\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{(\vec{v})^2}{c^2}}}$ (физический смысл этого выражения установим не-много позднее):

$$\left(\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{(\vec{v})^2}{c^2}}} \right)' = \frac{m_0 \vec{v} \cdot \vec{v}'}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{\frac{3}{2}}}. \quad (3.11.3)$$

Правые части уравнений (3.11.3) и (3.11.2) совпадают, поэтому

$$\vec{F} \cdot \vec{v} = \left(\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right)'. \quad (3.11.4)$$

Вспомним, что при изучении закона сохранения энергии в «Механике» мы доказали теорему о кинетической энергии. Согласно этой теореме работа силы $\vec{F}$ на перемещении $\Delta \vec{r}$ равна изменению кинетической энергии:

$$\vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = \Delta E. \quad (3.11.5)$$

Разделив правую и левую части (3.11.5) на Δt и устремив Δt к нулю, получим:

$$\vec{F} \cdot \vec{v} = E', \quad (3.11.6)$$

где E' — производная энергии по времени.

Если в классической механике работа силы, совершенная за единицу времени, равна производной от кинетической энергии по времени, то работа за то же время в релятивистской механике тоже должна равняться производной от энергии. Следовательно, величина, стоящая в скобках в правой части уравнения (3.11.4), тоже представляет собой энергию:

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (3.11.7)$$

Это и есть великая формула Эйнштейна для связи между энергией и массой. Энергия тела равна массе, умноженной на квадрат скорости света. Во всей физике найдется лишь две-три столь же простые универсальные формулы, связывающие фундаментальные физические величины.

Полученное нами выражение (3.11.7) обобщается в теории относительности на случай системы любых тел: энергия системы тел равна массе системы, умноженной на квадрат скорости света.

Связь изменения массы с изменением энергии

Если изменяется энергия системы, то изменяется и ее масса:

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}. \quad (3.11.8)$$

При химических реакциях или при нагревании тел в обычных условиях изменения энергии настолько малы, что соответствующие изменения массы не удастся обнаружить на опыте. Горячий чайник имеет большую массу, чем холодный; но даже с помощью самых чувствительных весов эта разность не может быть обнаружена. Лишь при превращениях атомных ядер и элементарных частиц изменения энергии оказываются настолько большими, что и связанное с ними изменение массы уже заметно.

При взрыве водородной бомбы выделяется огромная энергия — около 10^{17} Дж. Эта энергия превышает выработку электроэнергии на всем земном шаре за несколько дней. Выделяющаяся энергия уносится вместе с излучением. Излучение обладает наряду с энергией также и массой, которая составляет приблизительно 0,1% от массы исходных материалов.

Энергия покоя

При малых скоростях движения тела ($v \ll c$) формулу (3.11.7) можно записать так*:

$$E \approx m_0 c^2 + \frac{m_0 v^2}{2}. \quad (3.11.9)$$

* При этом мы пользуемся приближенным выражением для массы (3.11.1).

Здесь второй член — это обычная кинетическая энергия тела. Наибольший интерес и новизну представляет собой первый член: он определяет энергию тела при скорости, равной нулю, — так называемую *энергию покоя* E_0 :

$$E_0 = m_0 c^2. \quad (3.11.10)$$

Это замечательный результат. Любое тело обладает энергией уже только благодаря факту своего существования, и эта энергия пропорциональна массе покоя m_0 . Самым очевидным экспериментальным доказательством существования энергии покоя является тот факт, что при превращениях элементарных частиц, обладающих массой покоя, в частицы, у которых $m_0 = 0$, энергия покоя целиком превращается в кинетическую энергию вновь образовавшихся частиц.

Релятивистское соотношение между энергией и импульсом

Энергия $E = mc^2$ — это энергия тела или системы тел. Ее можно рассматривать как сумму энергии покоя и релятивистской кинетической энергии. Релятивистская кинетическая энергия равна:

$$E_{кр} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2. \quad (3.11.11)$$

В энергию, определяемую формулой Эйнштейна (3.11.7), не входит энергия взаимодействия системы с внешними телами.

Найдем релятивистское соотношение между энергией и импульсом, которое очень часто используется в физике элементарных частиц. В классической физике эта связь очень проста:

$$E = \frac{p^2}{2m}. \quad (3.11.12)$$

Релятивистское соотношение можно найти из выражений для энергии (3.11.7) и релятивистского импульса (3.9.11). Для этого из этих выражений нужно исключить скорость. Возводя в квадрат обе части уравнения (3.11.7), получим

$$m_0^2 c^4 = E^2 - \frac{E^2 v^2}{c^2}. \quad (3.11.13)$$

Затем возведем почленно в квадрат уравнение (3.9.11) и найдем из него квадрат скорости:

$$v^2 = \frac{p^2}{m_0^2 + \frac{p^2}{c^2}}. \quad (3.11.14)$$

Подставляя выражение для v^2 из (3.11.14) в уравнение (3.11.13), получим окончательный результат:

$$E = c \sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}. \quad (3.11.15)$$

§ 3.12. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Для решения задач нужно знать постулаты теории относительности и уметь ими пользоваться. Нужно знать основные кинематические следствия преобразований Лоренца (3.6.3) и (3.7.3) и релятивистский закон сложения скоростей (3.8.5). Кроме того, надо помнить формулу зависимости массы от скорости (3.9.7) и формулу Эйнштейна $E = mc^2$ для связи массы с энергией.

В некоторых задачах нужно учитывать, что скорость света в вакууме является предельной скоростью передачи сигналов и движения тел.

Задача 1

Имеются «световые часы», устроенные следующим образом. На концах стержня длиной l закреплены два параллельных зеркала. Между зеркалами движется вверх и вниз световой импульс (рис. 3.16). Каждое отражение от нижнего зеркала с помощью особого устройства вызывает очередное «тиканье» часов. Докажите, что интервалы между двумя «тиканьями» часов в системах отсчета, где часы покоятся и движутся, связаны соотношением:

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (3.12.1)$$

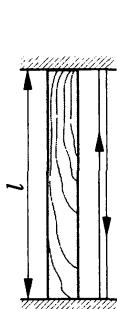


Рис. 3.16

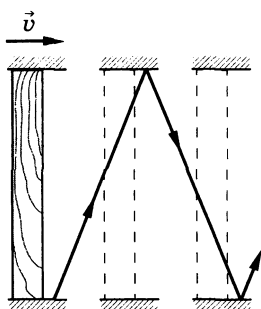


Рис. 3.17

Решение. Наблюдатель, неподвижный относительно часов, обнаружит, что интервал времени между «тиканьями» равен

$$\tau_0 = \frac{2l}{c}.$$

Но с точки зрения наблюдателя, относительно которого часы движутся со скоростью $\vec{v}$, интервал времени окажется другим. Будем считать, что стержень перпендикулярен скорости $\vec{v}$. Тогда свет в движущихся часах распространяется вдоль ломаной линии (рис. 3.17) и проходит между «тиканьями» часов за время τ путь

$$2 \sqrt{l^2 + \left(\frac{v\tau}{2}\right)^2}.$$

Следовательно,

$$\tau = \frac{2 \cdot \sqrt{l^2 + \left(\frac{v\tau}{2}\right)^2}}{c}.$$

Решая это уравнение относительно τ и учитывая, что $\frac{2l}{c} = \tau_0$, приходим к формуле (3.12.1).

Задача 2

Используя «световые часы», докажите, что длина движущегося стержня l связана с длиной покоящегося стержня l_0 соотношением

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (3.12.2)$$

Решение. Расположим стержень часов параллельно относительной скорости движения системы.

Световой импульс, испущенный с одного конца стержня (A), отразится от зеркала на другом конце стержня (B) и вернется назад спустя интервал времени τ_0 , измеренный

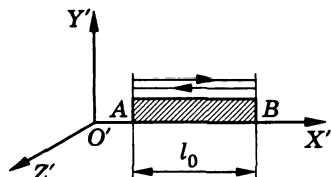


Рис. 3.18

по часам, покоящимся в системе отсчета K' (рис. 3.18). Длина l_0 покоящегося стержня связана с временем τ_0 соотношением:

$$c\tau_0 = 2l_0. \quad (3.12.3)$$

Промежуток времени между этими же событиями (испусканием сигнала из точки A и возвращением его в эту точку после отражения от зеркала B), измеренный по часам, покоящимся в системе K , обозначим через τ . Интервалы τ_0 и τ связаны друг с другом формулой (3.12.1).

Если τ_1 — время движения светового сигнала от A к B и τ_2 — время движения сигнала в обратном направлении, то

$$\tau = \tau_1 + \tau_2.$$

На рисунке 3.19 показаны положения стержня относительно системы отсчета K в различные моменты времени: в момент вспышки света (положение AB), спустя время τ_1 (положение A_1B_1) и спустя время $\tau_1 + \tau_2$ (положение A_2B_2). За время τ_1 стержень сместится относительно системы K на расстояние $v\tau_1$. Путь, проходимый световым импульсом при его движении от A к B , с точки зрения наблюдателя, связанного с системой K ,

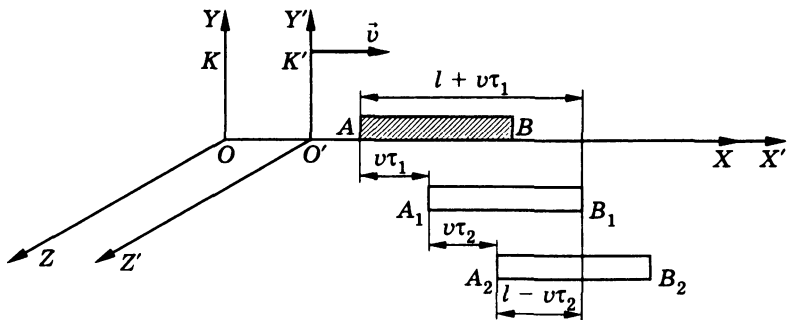


Рис. 3.19

равен $l + v\tau_1$ (где l — длина движущегося стержня). Поэтому можно записать следующее уравнение:

$$l + v\tau_1 = c\tau_1.$$

Отсюда

$$\tau_1 = \frac{l}{c - v}.$$

При движении светового импульса назад от B к A пройденный им путь в системе отсчета K равен $l - v\tau_2$, так как за время τ_2 точка A сместится на расстояние $v\tau_2$ навстречу световому импульсу. Поэтому

$$l - v\tau_2 = c\tau_2.$$

Отсюда

$$\tau_2 = \frac{l}{c + v}.$$

Полное время движения светового импульса по часам системы отсчета K равно:

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 = \frac{2lc}{c^2 - v^2} = \frac{2l}{c} \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (3.12.4)$$

Согласно же формулам (3.12.1) и (3.12.3)

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{2l_0}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (3.12.5)$$

Приравнявая выражения (3.12.4) и (3.12.5), мы получим соотношение (3.12.2) между длинами неподвижного и движущегося стержня.

Задача 3

Мощность излучения Солнца, приходящаяся на поверхность площадью 1 м^2 , расположенную перпендикулярно к солнечным лучам у поверхности Земли, составляет $1,4 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2$. Какую массу m теряет Солнце за 1 с за счет излучения? Расстояние от Солнца до Земли $R \approx 1,5 \cdot 10^8 \text{ км}$.

Решение. Энергия, излучаемая Солнцем за 1 с, определяется формулой

$$\Delta E = 4\pi R^2 P t,$$

где $P = 1,4 \cdot 10^3$ Вт/м², $t = 1$ с. Теряемая Солнцем в секунду масса равна:

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} = \frac{4\pi R^2 P t}{c^2} \approx 4 \cdot 10^9 \text{ кг.}$$

Задача 4

Электрон ускоряется в электрическом поле с напряженностью $E = 3 \cdot 10^7$ В/м. Найдите скорость электрона спустя время $t = 1$ нс.

Решение. Заранее нам не известно, насколько скорость электрона будет близка к скорости света. Поэтому воспользуемся релятивистским уравнением движения (3.9.12). В дальнейшем увидим, насколько существенными окажутся релятивистские поправки.

При условии $v(0) = 0$ и $\vec{F} = \text{const}$ уравнение (3.9.12) приводит к выражению

$$\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = Ft.$$

Введя обозначение $a = \frac{F}{m_0} = \frac{eE}{m_0}$, получим

$$a = \frac{v}{t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Отсюда

$$v = \frac{at}{\sqrt{1 + \frac{a^2 t^2}{c^2}}}.$$

В нашем случае $a \approx 5,3 \cdot 10^{17}$ м/с² и $\frac{at}{c} \approx 1,76$. Следовательно, учет релятивистской поправки $\frac{a^2 t^2}{c^2}$ необходим. С учетом релятивистской поправки $v \approx 2,6 \cdot 10^8$ м/с.

Упражнение 6

1. Космонавт находится в неосвещенном отсеке космического корабля, движущегося относительно Земли со скоростью, близкой к скорости света c . На небольшом расстоянии от космонавта расположено зеркало так, что линия, соединяющая космонавта и зеркало, параллельна скорости корабля. Увидит ли космонавт свое изображение в зеркале после включения источника света, расположенного рядом с космонавтом?
2. Две скрещенных под малым углом α линейки движутся со скоростями $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$, близкими по модулю к скорости света (рис. 3.20). При малом угле α скорость точки пересечения линеек может быть больше скорости света. Не противоречит ли это теории относительности?

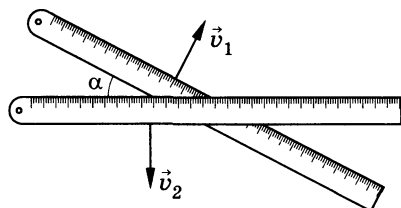


Рис. 3.20

3. Определите максимально возможную плотность электрического тока в полностью ионизированной водородной плазме с электронной концентрацией n .
4. Найдите расстояние l между двумя точками, в которых происходят два события в системе отсчета K , если в системе отсчета K' эти события произошли в одной точке с интервалом времени τ_0 . Относительная скорость движения систем v .
5. Во сколько раз изменяется плотность тела при его движении со скоростью $0,8 c$?
6. Два электрона движутся вдоль одной прямой со скоростями $v_1 = 0,9 c$ и $v_2 = 0,8 c$ относительно некоторой системы отсчета. Какова относительная скорость электронов при их движении: а) в одном направлении; б) в противоположном направлении?

7. Две частицы движутся друг относительно друга со скоростью u . Чему равен модуль v скорости частиц в системе отсчета, относительно которой частицы движутся в противоположные стороны с одинаковыми по модулю скоростями?
8. Какова скорость электрона, если его масса превышает массу покоя в 40 000 раз?
9. Масса воды равна 1 кг. На сколько увеличится эта масса при нагревании воды на 50°C ?
10. Определите время жизни τ мюона с энергией $E = 10^9$ эВ (в лабораторной системе отсчета). Время жизни покоящегося мюона $\tau_0 = 2,2 \cdot 10^{-6}$ с; масса покоя мюона $m_\mu = 206,7 m_e$, где m_e — масса покоя электрона.
11. Найдите кинетическую энергию электрона, движущегося со скоростью $v = 0,8 c$. Энергия покоя электрона $E_0 = m_0 c^2 = 0,511$ МэВ.
12. Какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти первоначально покоившийся электрон, чтобы приобрести скорость $v = 0,9 c$?
13. Частица с массой покоя m_0 сближается с другой частицей, имеющей такую же массу покоя. Каждая частица движется со скоростью $0,75 c$. Определите релятивистскую массу одной частицы в системе отсчета, связанной с другой частицей.