

## ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА ИЗГИБ (ДЕФОРМАЦИЯ)

Преподаватель Красин И.Г.

*Изгибом* называется вид деформации бруса, при котором в его поперечных сечениях, под действием внешних нагрузок возникают внутренние изгибающие моменты.

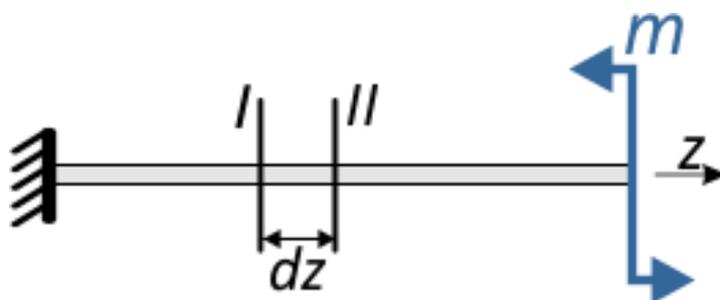
Деформация изгиба проявляется в искривлении продольной оси бруса.

Брус с прямой осью, подвергающийся изгибу, обычно называется балкой.

Если в сечениях балки возникает только изгибающий момент (поперечные силы отсутствуют), то изгиб называется чистым.

При изгибе одни слои балки растягиваются, а противоположные им – сжимаются, например:

Из балки нагруженной только изгибающим моментом



сечениями I и II мысленно вырежем фрагмент длиной  $dz$

Как видно в данном случае верхние слои балки сжаты, а нижние – растянуты.



При этом наибольшему растяжению/сжатию подвержены крайние нижний и верхний слои балки.

Между ними расположен *нейтральный слой*, длина которого вследствие изгиба балки не изменяется.

Нейтральный слой расположен на уровне центров тяжести поперечных сечений балки, нормально к плоскости, в которой действуют изгибающие нагрузки.

Линия, образованная пересечением нейтрального слоя с поперечным сечением балки называется *нейтральной линией* сечения.

В общем случае плоского прямого изгиба в поперечных сечениях балки возникают два внутренних силовых фактора: изгибающий момент  $M$  и поперечная сила  $Q$ . Такой изгиб называется поперечным.

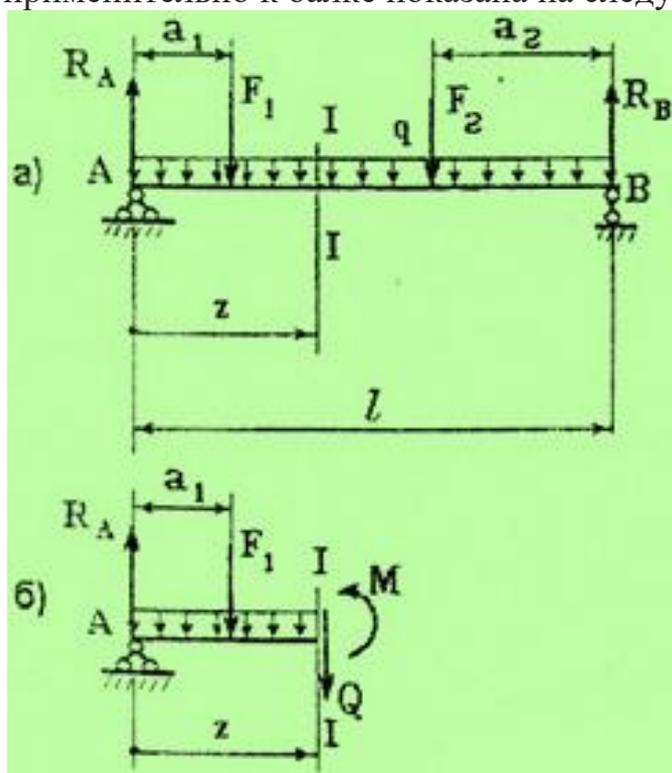
Для конкретизации направления внутренних усилий им присваиваются соответствующие индексы:

- $M_x$  — момент, изгибающий относительно оси  $x$  (в плоскости  $yOz$ );
- $Q_y$  — сила, направленная поперек балки вдоль оси  $y$ .

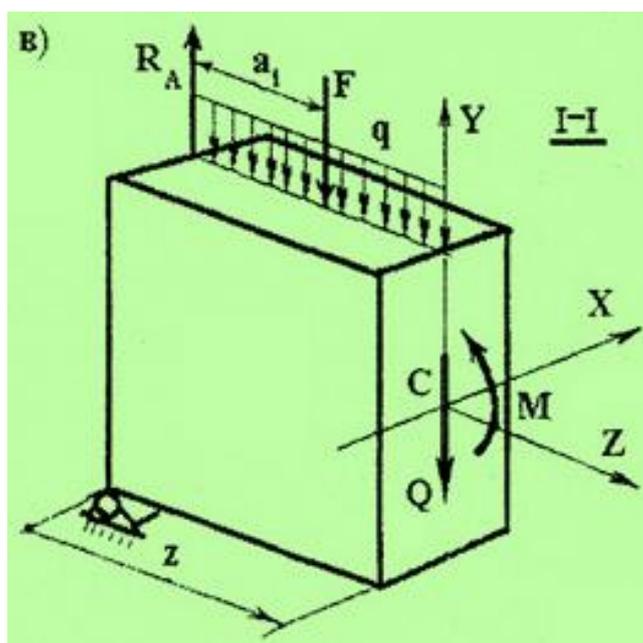
Плоский прямой (поперечный) изгиб возникает при действии на балку системы внешних сил, перпендикулярных к ее оси и лежащих в плоскости, проходящей через главную центральную ось сечения балки.

Изогнутая ось балки в этом случае – плоская кривая, совпадающая с плоскостью действия внешних сил.

Для определения внутренних силовых факторов  $Q$  и  $M$  используется метод сечений, суть которого применительно к балке показана на следующем рисунке:



Рассматривая равновесие левой от сечения (I-I) части



с учётом правила знаков для  $Q$  и  $M$ , запишем следующие уравнения равновесия:

$$\Sigma F_y = 0, \quad R_A - qz - F_1 - Q = 0,$$
$$Q = R_A - qz - F_1,$$

или в общем виде:

$$Q = \overset{\text{ост}}{\Sigma} (F_i)_y.$$

Внутренняя сила  $Q$  в поперечном сечении балки численно равна алгебраической сумме проекций на плоскость сечения всех внешних сил (активных и реактивных), действующих по одну сторону от рассматриваемого сечения.

$$\Sigma M_x = 0, \quad R_A \cdot z - q \cdot z \cdot (z/2) - F_1(z - a_1) - M = 0,$$
$$M = R_A \cdot z - q \cdot z \cdot (z/2) - F_1(z - a_1),$$
$$M = \overset{\text{ост}}{\Sigma} m_x(F_i).$$

Изгибающий момент в поперечном сечении численно равен алгебраической сумме моментов внешних сил и пар, вычисленных относительно нейтральной оси рассматриваемого сечения и действующих по одну сторону от проведённого сечения.

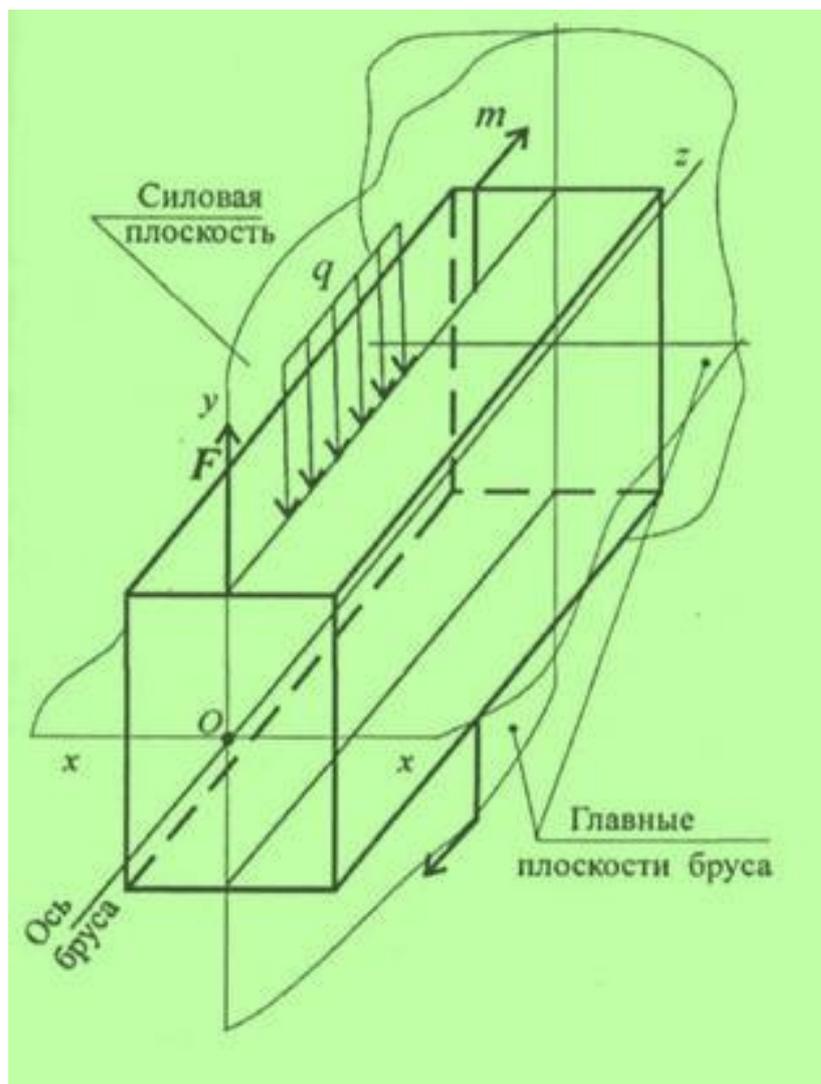
Между изгибающим моментом  $M$ , поперечной силой  $Q$  и интенсивностью распределенной нагрузки  $q$  существуют следующие дифференциальные зависимости:

$$\frac{dQ}{dz} = q; \quad \frac{dM}{dz} = Q.$$

Эти формулы могут быть использованы при построении и проверке эюр  $Q$  и  $M$ .

Графические изображения функций  $Q$  и  $M$  по длине балки называют эпюрами поперечных сил и изгибающих моментов.

Изгибом называется такой вид нагружения, при котором в поперечном сечении



бруса возникает внутренний силовой фактор изгибающий момент.

Брус, работающий на изгиб, называют балкой.

Изображён брус, закрепленный справа (защемление), нагруженный внешними силами и моментом (рис. 29.1).

Плоскость, в которой расположены внешние силы и моменты, называют

силовой плоскостью.

Если все силы лежат в одной плоскости, изгиб называют плоским.

Плоскость, проходящая через продольную ось бруса и одну из главных центральных осей его поперечного сечения, называется главной плоскостью бруса.

Если силовая плоскость совпадает с главной плоскостью бруса, изгиб называют прямым (рис. 29.1).

Если силовая плоскость не проходит через главную плоскость бруса, изгиб называют косым изгибом (рис. 29.2)

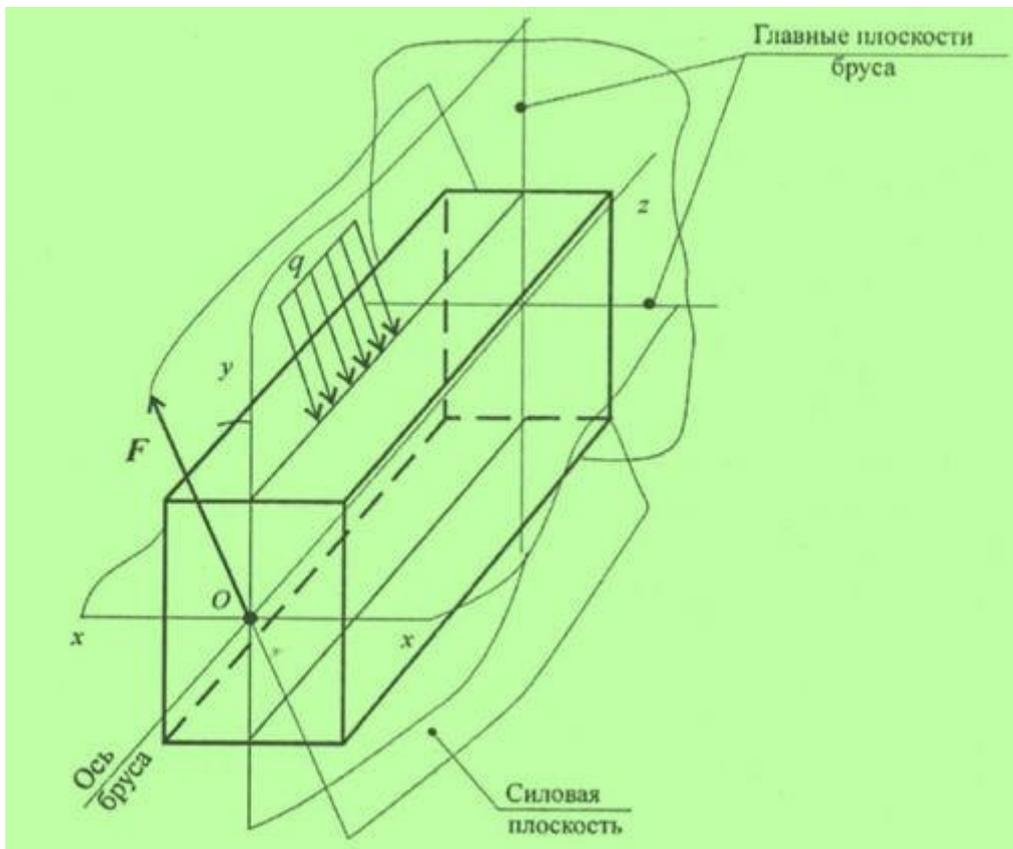


Рис.

### Внутренние силовые факторы при изгибе

Пример 1. Рассмотрим балку, на которую действует пара сил с моментом  $M$  и внешняя сила  $F$  (рис. 29.3а). Для определения внутренних силовых факторов пользуемся методом сечений.

Рассмотрим равновесие участка 1 (рис. 29.36).

Под действием внешней пары сил участок стремится развернуться по часовой стрелке. Силы упругости, возникающие в сечении 1, удерживают участок в равновесии.

Продольные силы упругости выше оси бруса направлены направо, а силы ниже оси направлены налево. Таким образом, при равновесии участка 1 получим:  $\Sigma F_z = 0$ . Продольная сила  $N$  в сечении равна нулю. Момент сил упругости относительно оси  $Ox$  может быть получен, если суммировать элементарные моменты сил упругости в сечении 1-1 относительно оси  $Ox$ :

$$M_x = \int_A y dN$$

Этот момент называют изгибающим моментом  $M_x = M_i$ .

Из схемы вала на рис. 29.36 видно, что часть волокон (выше оси) испытывают сжатие, а волокна ниже оси растянуты. Следовательно, в сечении должен существовать слой не растянутый и не сжатый, где напряжения  $\sigma$  равны нулю.

Такой слой называют нейтральным слоем (НС). Линия пересечения нейтрального слоя с плоскостью поперечного сечения бруса называют нейтральной осью.

Нейтральный слой проходит через центр тяжести сечения. Здесь нейтральный слой совпадает с осью  $Ox$ .

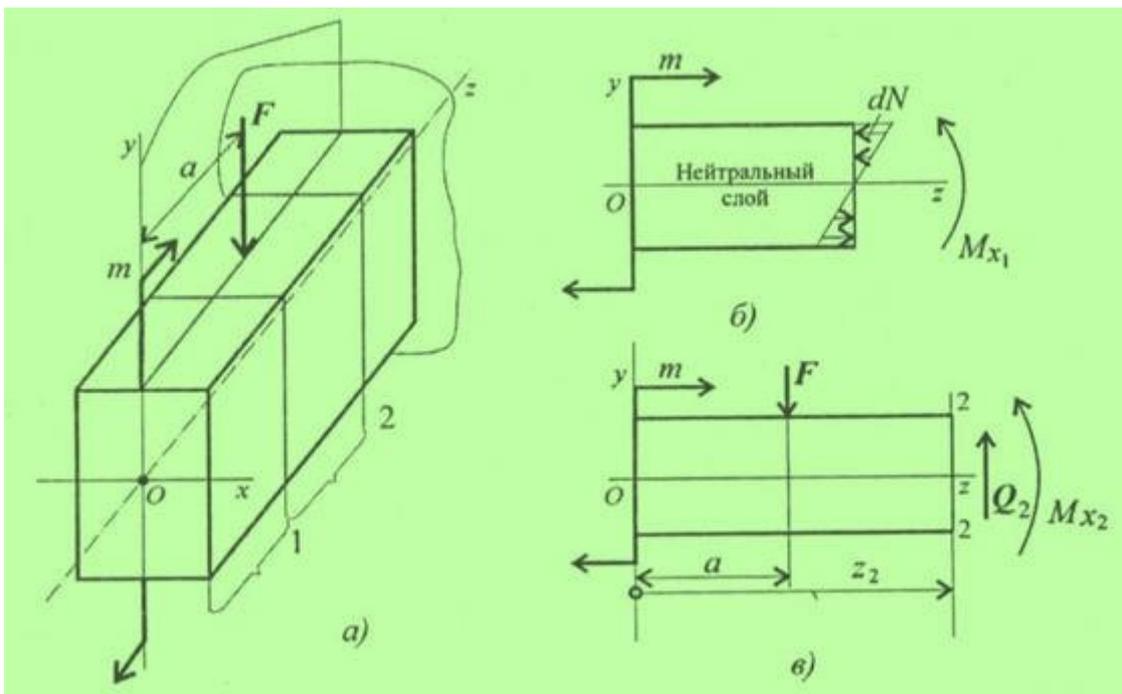


Рис.

Практически величина изгибающего момента в сечении определяется из уравнения

равновесия: 
$$\sum m_{x1-1} = m - M_{x1} = 0; \quad M_{x1} = m$$

Таким образом, в сечении 1-1 продольная сила равна нулю, изгибающий момент в сечении постоянен.

Изгиб, при котором в поперечном сечении бруса возникает только изгибающий момент, называется чистым изгибом.

Рассмотрим равновесие участка бруса от свободного конца до сечения 2 (рис. 29.3в).

Запишем уравнения равновесия для участка бруса:

$$\sum F_y = 0; \quad -F + Q_2 = 0; \quad Q_2 = F = const$$

В сечении бруса 2-2 действует поперечная сила, вызывающая сдвиг.

$$\sum m_{x2-2} = 0; \quad m - F(z_2 - a) - M_{x2} = 0$$

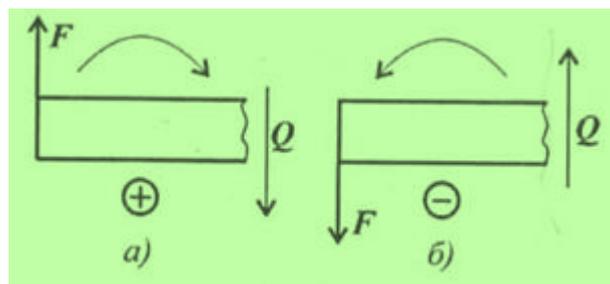
Изгибающий момент в сечении:  $M_{x2} = m - F(z_2 - a)$ ;

$z_2$  — расстояние от сечения 2 до начала координат.

Изгибающий момент зависит от расстояния сечения до начала координат.

Изгиб, при котором в поперечном сечении бруса возникает изгибающий момент и поперечная сила, называется поперечным изгибом.

### Знаки поперечных сил



Поперечная сила в сечении считается положительной, если она стремится развернуть сечение по часовой стрелке (рис. 29.4а), если против, - отрицательной (рис. 29.4б).

Рис.

## Знаки изгибающих моментов

Если действующие на участке внешние силы стремятся изогнуть балку выпуклостью вниз, то изгибающий момент считается положительным (рис. 29.5а), если наоборот - отрицательным (рис. 29.5б).

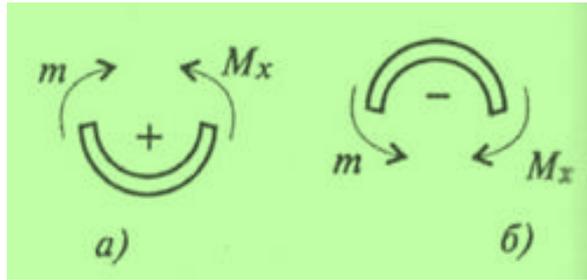


Рис.

## Выводы

При чистом изгибе в поперечном сечении балки возникает только изгибающий момент, постоянный по величине.

При поперечном изгибе в сечении возникает изгибающий момент и поперечная сила.

Изгибающий момент в произвольном сечении балки численно равен алгебраической сумме моментов всех внешних сил, приложенных к отсечённой части, относительно рассматриваемого сечения.

Поперечная сила в произвольном сечении балки численно равна алгебраической сумме проекций всех внешних сил, действующих на отсечённой части на соответствующую ось.