ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

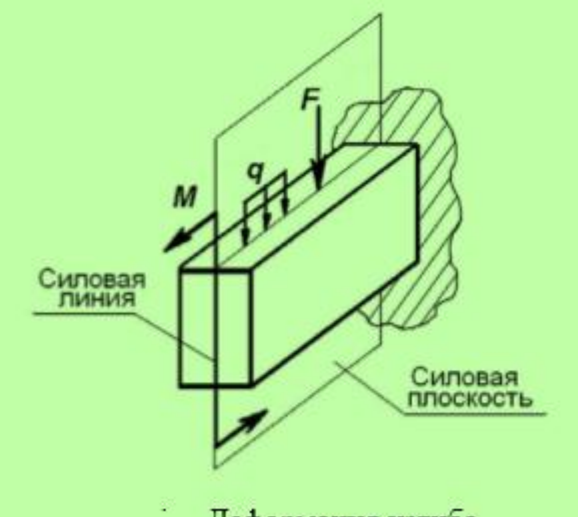
Преподаватель Красин И.Г.

ИЗГИБ

Изгибом называется вид деформации, при котором искривляется продольная ось бруса. Прямые брусья, работающие на изгиб, называются балками. Прямым изгибом называется изгиб, при котором внешние силы, действующие на балку, лежат в одной плоскости (силовой плоскости), проходящей через продольную ось балки и главную центральную ось инерции поперечного сечения.

Изгиб называется чистым, если в любом поперечном сечении балки возникает только один изгибающий момент.

Изгиб, при котором в поперечном сечении балки одновременно действуют изгибающий момент и поперечная сила, называется **поперечным**. Линия пересечения силовой плоскости и плоскости поперечного сечения называется **силовой линией**.

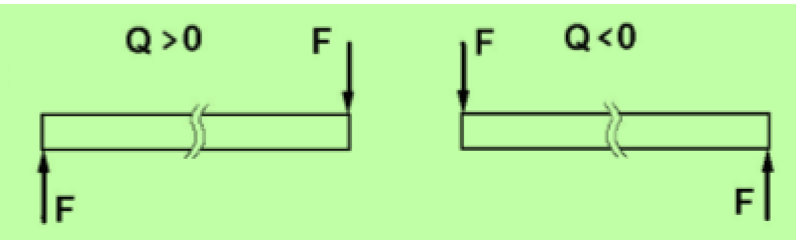


Деформация изгиба

Внутренние силовые факторы при изгибе балки.

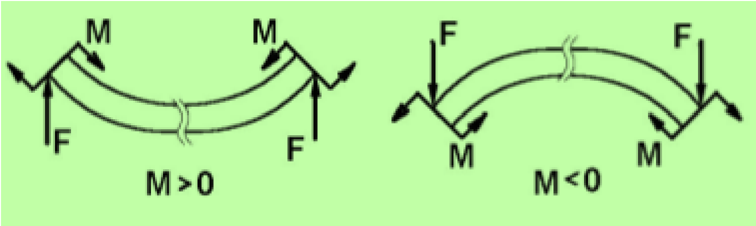
При плоском поперечном изгибе в сечениях балки возникают два внутренних силовых фактора: поперечная сила Q и изгибающий момент M. Для их определения используют метод сечений (см. лекцию 1). Поперечная сила Q в сечении балки равна алгебраической сумме проекций на плоскость сечения всех внешних сил, действующих по одну сторону от рассматриваемого сечения.

Правило знаков для поперечных сил Q:



Изгибающий момент M в сечении балки равен алгебраической сумме моментов относительно центра тяжести этого сечения всех внешних сил, действующих по одну сторону от рассматриваемого сечения.

Правило знаков для изгибающих моментов М:

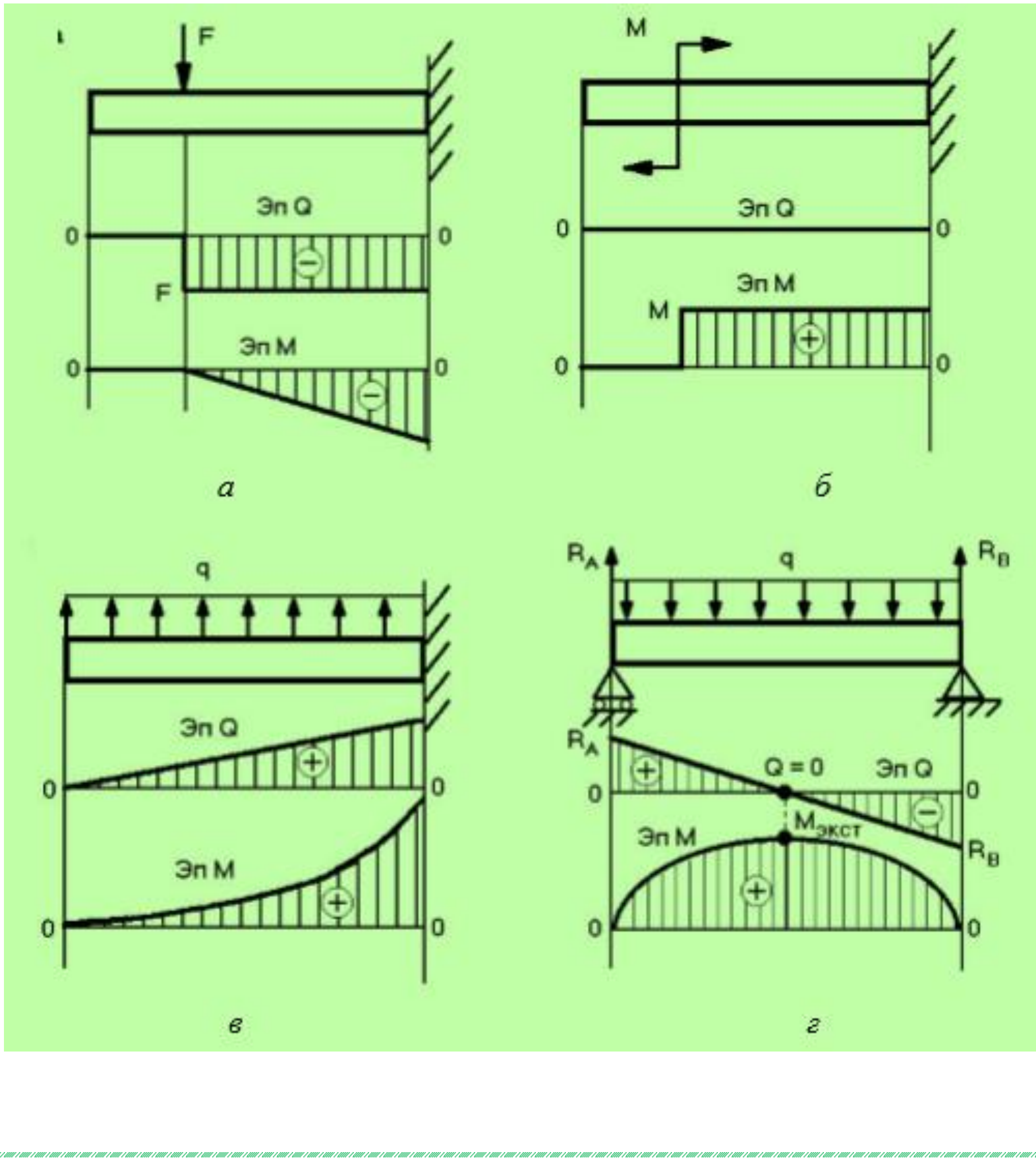


Дифференциальные зависимости Журавского.

Между интенсивностью q распределенной нагрузки, выражениями для поперечной силы Q и изгибающего момента M установлены дифференциальные зависимости:

$$Q = \frac{dM}{dz}, \qquad q = \frac{dQ}{dz}, \qquad q = \frac{d^2M}{dz^2}$$

На основе этих зависимостей можно выделить следующие общие закономерности эпюр поперечных сил Q и изгибающих моментов M:



Особенности эпюр внутренних силовых факторов при изгибе.

1. На участке балки, где нет распределенной нагрузки, эпюра Q представлена ***прямой линией***, параллельной базе эпюре, а эпюра M — наклонной прямой (рис. а).

2. В сечении, где приложена сосредоточенная сила, на эпюре Q должен быть ***скачок***, равный значению этой силы, а на эпюре M ***-точка перелома*** (рис. а).

3. В сечении, где приложен сосредоточенный момент, значение Q не изменяется, а эпюра M имеет ***скачок***, равный значению этого момента, (рис. 26, б).

4. На участке балки с распределенной нагрузкой интенсивности q эпюра Q изменяется по линейному закону, а эпюра M — по параболическому, причем ***выпуклость параболы направлена навстречу направлению распределенной нагрузки*** (рис. в, г).

5. Если в пределах характерного участка эпюра Q пересекает базу эпюры, то в сечении, где Q = 0, изгибающий момент имеет экстремальное значение M_{max} или M_{min} (рис. г).

Нормальные напряжения при изгибе.

Определяются по формуле:

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W_x}$$

Моментом сопротивления сечения изгибу называется величина:

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}}, \quad [W_x] = \text{м}^3$$

Опасным сечением при изгибе называется поперечное сечение бруса, в котором возникает максимальное нормальное напряжение.

Касательные напряжения при прямом изгибе.

Определяются по ***формуле Журавского*** для касательных напряжений при прямом изгибе балки:

$$\tau(y) = \frac{Q_y(z) S_x^{\text{отс}}(y)}{I_x b(y)}$$

где $S^{отс}$ - статический момент поперечной площади отсеченного слоя продольных волокон относительно нейтральной линии.

Расчеты на прочность при изгибе.

1. При ***проверочном расчете*** определяется максимальное расчетное напряжение, которое сравнивается с допускаемым напряжением:

$$\sigma_{\max} = \max\left(\frac{M_x}{W_x}\right) \leq [\sigma]$$

2. При ***проектном расчете*** подбор сечения бруса производится из условия:

$$W_x \geq \frac{\max M_x}{[\sigma]}$$

3. При определении допускаемой нагрузки допускаемый изгибающий момент определяется из условия:

$$[M_x] = W_x[\sigma]$$

Далее по полученному значению $[M_x]$ определяют допускаемые значения внешних поперечных нагрузок $[Q]$ и внешних изгибающих моментов $[M_{внеш}]$. Условие прочности имеет вид:

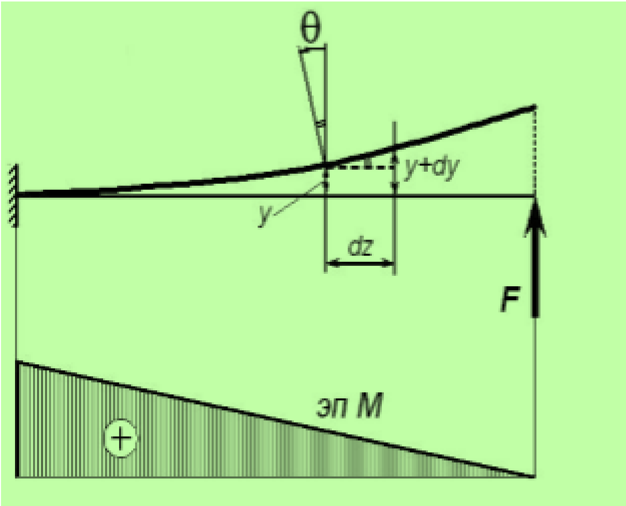
$$Q \leq [Q], \qquad M_{\text{внеш}} \leq [M_{\text{внеш}}]$$

Перемещения при изгибе.

Под действием нагрузки при изгибе ось балки искривляется. При этом наблюдается растяжение волокон на выпуклой и сжатие - на вогнутой частях балки. Кроме того, происходит вертикальное перемещение центров тяжести поперечных сечений и их поворот относительно нейтральной оси. Для характеристики деформации при изгибе используют следующие понятия:

Прогиб балки Y - перемещение центра тяжести поперечного сечения балки в направлении, перпендикулярном к ее оси.

Прогиб считают положительным, если перемещение центра тяжести происходит вверх. Величина прогиба меняется по длине балки, т.е. $y = y(z)$



Механизм деформации балки при изгибе

Угол поворота сечения - угол θ, на который каждое сечение поворачивается по отношению к своему первоначальному положению. Угол поворота считают положительным при повороте сечения против хода часовой стрелки. Величина угла поворота меняется по длине балки, являясь функцией θ = θ (z).

$$\mathrm{tg}\,\theta = \frac{dy}{dz} = y \approx \theta$$

Самыми распространёнными способами определения перемещений является метод **Мора** и **правило Верещагина**.

Метод Мора.

Порядок определения перемещений по методу Мора:

1. Строится «вспомогательная система» и нагружается единичной нагрузкой в точке, где требуется определить перемещение. Если определяется линейное перемещение, то в его направлении прикладывается единичная сила, при определении угловых перемещений – единичный момент.

2. Для каждого участка системы записываются выражения изгибающих моментов M_f от приложенной нагрузки и M_1 - от единичной нагрузки.

3. По всем участкам системы вычисляют и суммируют интегралы Мора, получая в результате искомое перемещение:

$$\Delta = \sum \int \frac{M_f M_1}{EI_x} dz$$

4. Если вычисленное перемещение имеет положительный знак, то это значит, что его направление совпадает с направлением единичной силы. Отрицательный знак указывает на то, что действительное перемещение противоположно направлению единичной силы.

Правило Верещагина.

Для случая, когда эпюра изгибающих моментов от заданной нагрузки имеет произвольное, а от единичной нагрузки – прямолинейное очертание, удобно использовать графоаналитический способ, или правило Верещагина.

$$\Delta = \sum \frac{A_f y_c}{EI_x}$$

где A_f – площадь эпюры изгибающего момента M_f от заданной нагрузки; y_c – ордината эпюры от единичной нагрузки под центром тяжести эпюры M_f ; EI_x – жесткость сечения участка балки. Вычисления по этой формуле производятся по участкам, на каждом из которых прямолинейная эпюра должна быть без переломов. Величина (A_f*y_c) считается положительной, если обе эпюры располагаются по одну сторону от балки, отрицательной, если они располагаются по разные стороны. Положительный результат перемножения эпюр означает, что направление перемещения совпадает с направлением единичной силы (или момента). Сложная эпюра M_f должна быть разбита на простые фигуры (применяется так называемое "расслоение эпюры"), для каждой из которых легко определить ординату центра тяжести. При этом площадь каждой фигуры умножается на ординату под ее центром тяжести.