ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА

РАЗДЕЛ 2. ПРОЕКЦИОННОЕ ЧЕРЧЕНИЕ, ОСНОВЫ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

ТЕМА 2.1. ПРЯМОУГОЛЬНЫЕ ПРОЕКЦИИ

Все предметы, которые окружают нас в жизни, имеют три измерения: длину, ширину и высоту. Однако инженер должен уметь изображать предметы на плоскости (на листе бумаги), которая имеет только два измерения: длину и ширину. Рассмотрим, как это сделать.

Методы проецирования

Общие сведения о проецировании

Рассмотрим изображение точки (рис. 5.1). Для этого возьмем в пространстве произвольную точку *A* и какую-нибудь плоскость *H* (*аш*). Через точку *A* проведем прямую так, чтобы она пересекла плоскость *H*. Получаем точку *a* – изображение точки *A* на плоскости *H*.

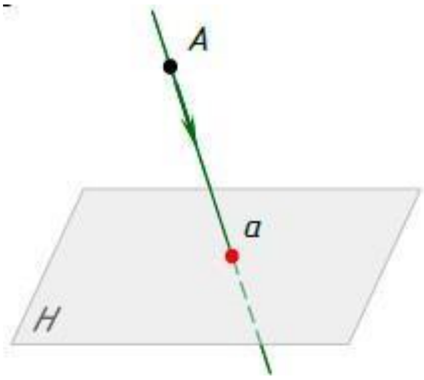


Рис. 5.1

Построение изображения точки (предмета) на плоскости называется *проецированием*.

Точка *a* называется *проекцией* точки *A*. Плоскость *H*, на которой получается проекция, называется *плоскостью проекций*. Прямая *Aa*, с помощью которой

точка *A* проецируется на плоскость *H*, называется *проецирующим лучом*.
Таким образом, *проекция точки* – это точка пересечения проецирующей прямой, которая проходит через заданную точку, с плоскостью проекций (рис. 5.1).

Центральное и параллельное проецирование

В технике применяют два метода проецирования: метод центрального проецирования и метод параллельного проецирования.
Если проецирующие лучи, с помощью которых строится проекция предмета, исходят из одной точки, то проецирование называется *центральным* (рис. 5.2). Полученная при этом проекция называется *центральной проекцией*, а точка, из которой исходят проецирующие лучи – *центром проецирования*.

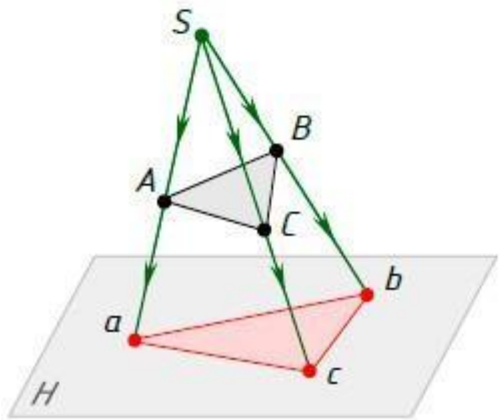


Рис. 5.2

Построение проекций методом центрального проецирования показано на рис. 5.2. В пространстве даны точки *A*, *B*, *C* и плоскость проекций *H*. Построим проекции точек *A*, *B*, *C* на плоскости *H*. Для этого за центр проецирования примем произвольную точку *S*. Из точки *S* проведем проецирующие лучи через точки *A*, *B*, *C*. При пересечении проецирующих лучей с плоскостью проекций *H* получаем точки *a*, *b*, *c* – центральные проекции точек *A*, *B*, *C*.
Если проецирующие лучи параллельны друг другу, то проецирование называется *параллельным* (рис.5.3), а полученная проекция – *параллельной*.
Построение проекций методом параллельного проецирования показано на рис. 5.3. В пространстве даны точки *A*, *B*, *C*, *D* и плоскость проекций *H*. Построим проекции точек *A*, *B*, *C*, *D* на плоскости *H*. Для этого вместо центра проецирования примем направление проецирования, которое на рисунке показано стрелкой *m*. Через точки *A*, *B*, *C*, *D* проведем проецирующие лучи параллельно направлению проецирования. При пересечении проецирующих лучей с плоскостью проекций *H* получаем точки *a*, *b*, *c*, *d* – параллельные проекции точек *A*, *B*, *C*, *D*.
Параллельное проецирование может быть косоугольным и прямоугольным. Если направление проецирования не перпендикулярно плоскости проекций, то

параллельное проецирование называется *косоугольным* (рис. 5.3). Если направление проецирования перпендикулярно плоскости проекций, то параллельное проецирование называется *прямоугольным* или *ортогональным* (рис. 5.4).

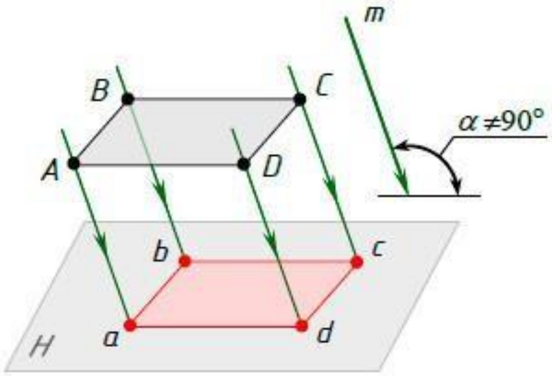


Рис. 5.3

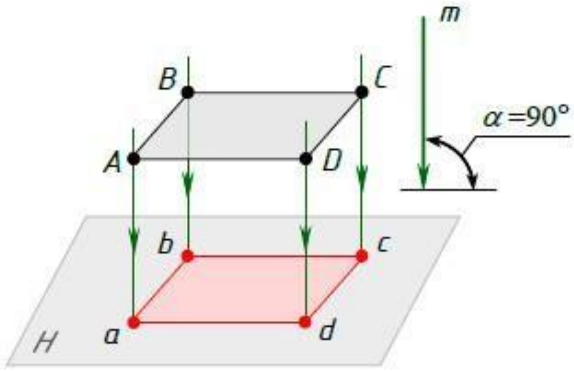


Рис. 5.4

Именно этот метод широко используется для построения изображений на чертежах.

Сначала рассмотрим процесс построения прямоугольных проекций точки, так как, зная правила построения проекций точки, мы сможем построить проекции любого предмета.

Прямоугольные проекции точки

Проецирование точки на одну плоскость проекций

Построение прямоугольной проекции точки на одной плоскости проекций показано на рис. 5.5.

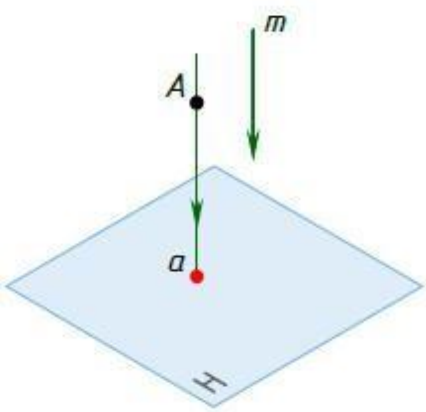


Рис. 5.5

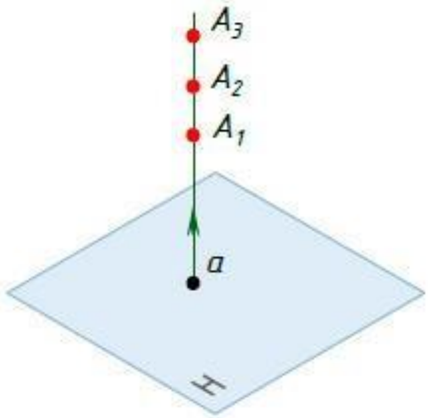


Рис. 5.6

В пространстве даны точка *A* и плоскость проекций *H*. Найдем проекцию точки *A* на плоскости *H*. Для этого примем направление проецирования, перпендикулярное плоскости *H*, которое на рисунке показано стрелкой

m. Через точку A проведем проецирующий луч параллельно направлению проецирования. При пересечении проецирующего луча с плоскостью проекций H получаем точку a – прямоугольную проекцию точки A.

Однако одна проекция не определяет положение точки в пространстве. Например, известна точка a – проекция точки A на плоскости H (рис. 5.6). Можно ли определить положение точки A в пространстве (относительно плоскости H)? Из чертежа видно, что a – это проекция многих точек (A_1, A_2, A_3 и т.д.). Все эти точки лежат на одном проецирующем луче, поэтому мы не можем определить, где находится точка A.
Этот недостаток можно устранить, если построить не одну, а две прямоугольные проекции точки на двух взаимно перпендикулярных плоскостях проекций.

Проецирование точки на две плоскости проекций

Построение прямоугольных проекций точки на двух взаимно перпендикулярных плоскостях проекций показано на рис. 5.7.
Даны две взаимно перпендикулярные плоскости проекций H и V (*вэ*). Плоскость H расположена горизонтально и называется *горизонтальной плоскостью проекций*. Плоскость V расположена вертикально и называется *фронтальной плоскостью проекций*. Плоскости H и V пересекаются по прямой x (*икс*), которая называется *осью проекций*.

Найдем проекции точки A на плоскостях H и V. Для этого из точки A проведем перпендикуляр к плоскости H и отметим точку a – точку пересечения перпендикуляра с плоскостью H. Точка a называется *горизонтальной проекцией* точки A. Величина отрезка Aa – это расстояние от точки A до плоскости проекций H. Из точки A проведем перпендикуляр к плоскости V и отметим точку a' (*а штрих*) – точку пересечения перпендикуляра с плоскостью V. Точка a' называется *фронтальной проекцией* точки A. Величина отрезка Aa' – это расстояние от точки A до плоскости проекций V.

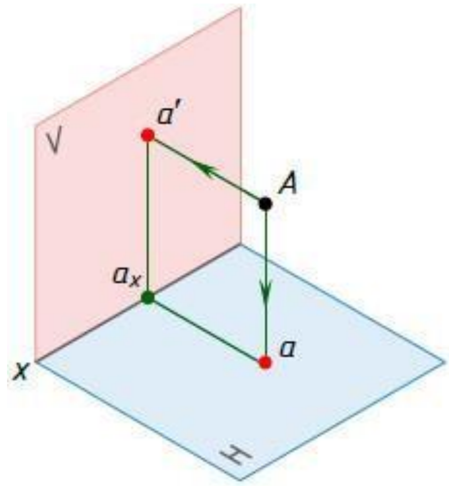


Рис. 5.7

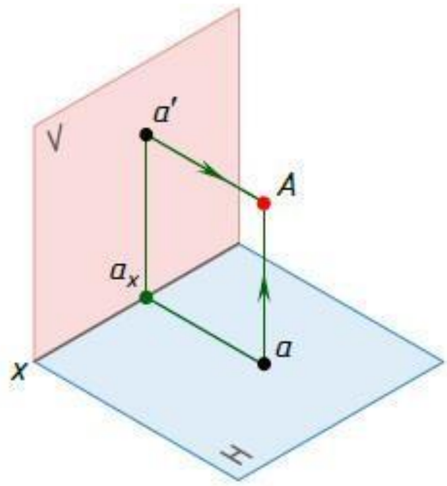


Рис. 5.8

Две проекции точки определяют положение точки в пространстве. Например, известны горизонтальная a и фронтальная a' проекции точки A(рис. 5.8). Можно ли определить положение точки A в пространстве (относительно плоскостей H и V)? Из проекции a проведем перпендикуляр к плоскости H, а из проекции a□ проведем перпендикуляр к плоскости V. Эти перпендикуляры пересекаются в одной точке – точке A. Следовательно, подвум проекциям a и a' мы определили положение точки A в пространстве.

Однако бывают случаи, когда и двух проекций недостаточно, чтобы однозначно определить геометрическую форму предмета. Например,при проецировании на две плоскости проекций двух предметов, представленных на рис. 5.9, на плоскостях проекций получаются абсолютно одинаковые изображения.

Очевидно, что двух проекций недостаточно, для того чтобы однозначно сказать, какую форму имеет каждый предмет. Необходимо построить третью проекцию. Для этого вводят еще одну плоскость проекций W (*дабл ю*), которую располагают перпендикулярно плоскостям V и H (рис. 5.9).

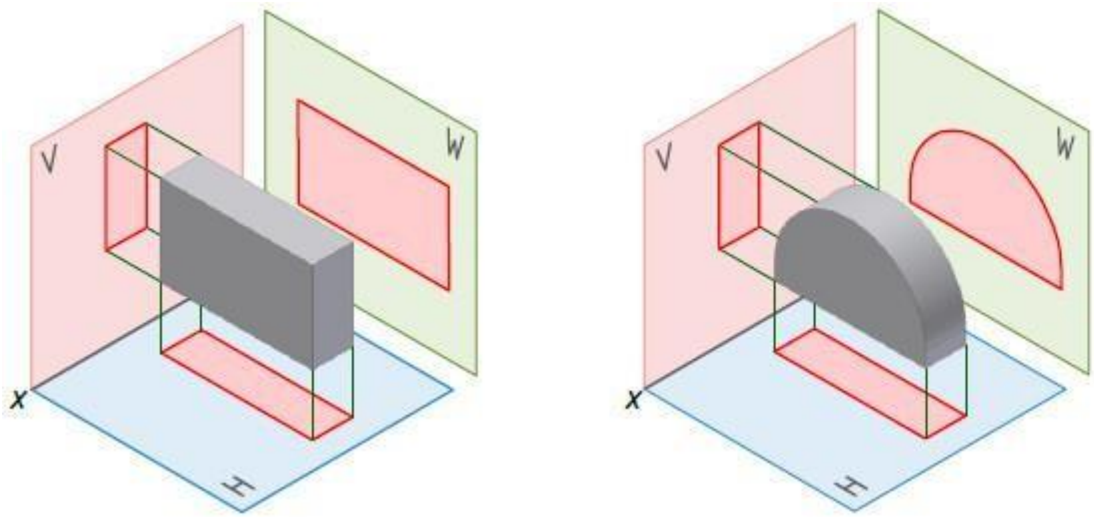


Рис. 5.9

Проецирование точки на три плоскости проекций

Построение прямоугольных проекций точки на трех взаимно перпендикулярных плоскостях проекций показано на рис. 5.10.
Третья плоскость проекций – плоскость *W* называется *профильной плоскостью проекций*. Её располагают перпендикулярно плоскостям *H* и *V*. Линия пересечения плоскостей *V* и *W* называется осью проекций *z* (*зет*). Линия пересечения плоскостей *H* и *W* называется осью проекций *y* (*игрек*). Оси проекций *x*, *y*, *z* пересекаются в одной точке *O*.

Опустим перпендикуляр из точки *A* на плоскость *W* и отметим точку *a′* – точку пересечения перпендикуляра с плоскостью *W*. Точка *a′* называется *профильной проекцией* точки *A*. Величина отрезка *Aa′*– это расстояние от точки *A* до плоскости проекций *W*.

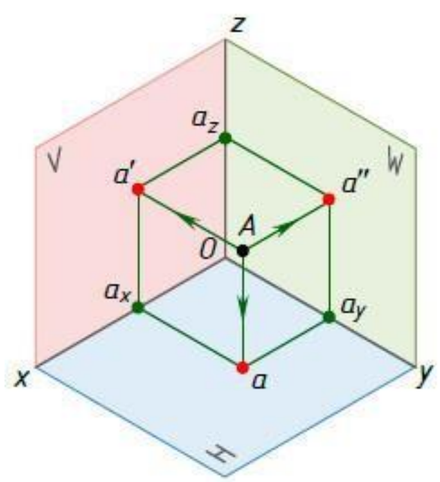


Рис. 5.10

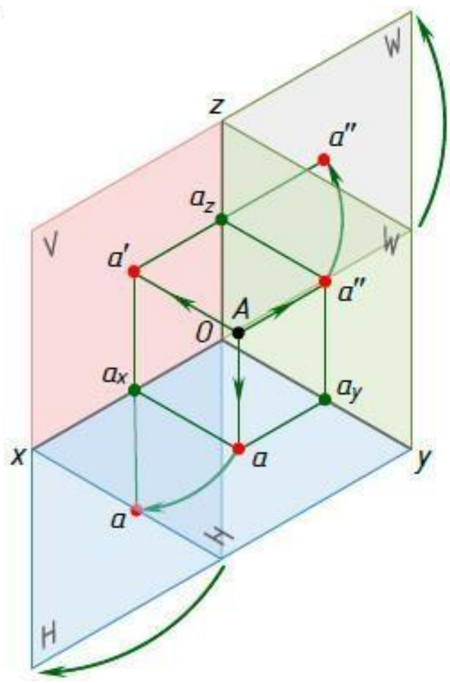


Рис. 5.11

Эпюр точки

Однако пользоваться пространственной моделью плоскостей проекций, показанной на рис. 5.10, для отображения прямоугольных проекций предмета неудобно.
Во-первых, из-за громоздкости, а во-вторых, из-за того, что происходит искажение формы и размеров проецируемого предмета. Поэтому вместо изображения пространственной модели плоскостей проекций используют чертеж, который называется *комплексным чертежом* или *эпюром*.

Преобразование пространственной модели в эпюр осуществляется путем совмещения плоскостей H и W с фронтальной плоскостью проекций V, которая остается неподвижной. Для этого горизонтальную плоскость проекций H поворачивают вокруг оси x, а профильную плоскость проекций W – вокруг оси z, на 90° так, чтобы они совпали с фронтальной плоскостью проекций V (рис. 5.11).

На полученном эпюре (рис. 5.12) ось y изображена два раза: на плоскости H и плоскости W. Обозначим изображение оси y на H – y_H; изображение оси y на W – y_W.

Границы плоскостей проекций на эпюре, как правило, не показывают и сами плоскости не обозначают. На рис. 5.13 дан эпюр точки без границ плоскостей проекций.

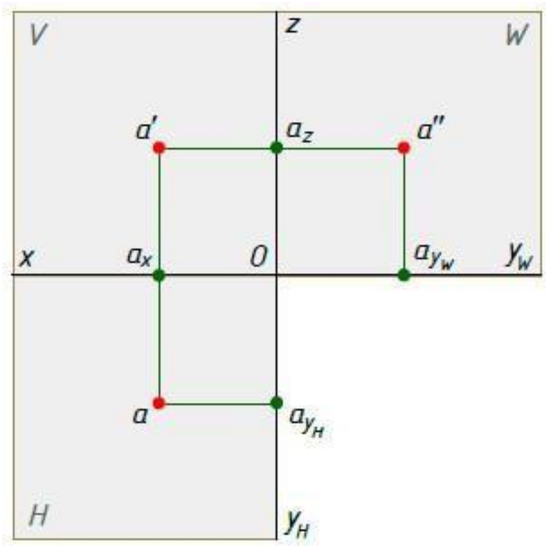


Рис. 5.12

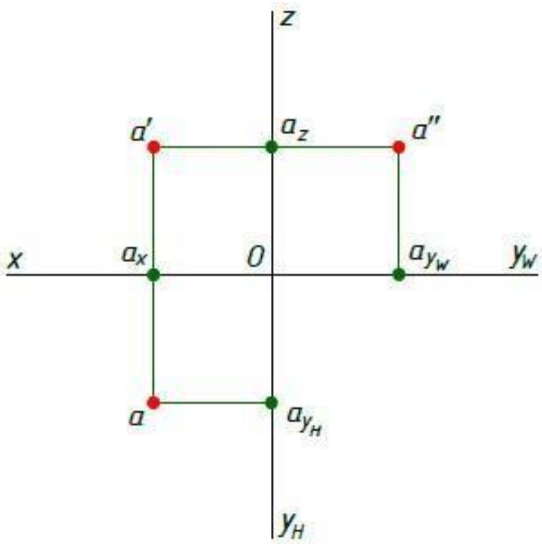


Рис. 5.13

Рассмотрим эпюр точки A (a, a', a''). Проекции a и a' лежат на одном перпендикуляре к оси x. Проекции a' и a'' лежат на одном перпендикуляре к оси z. В этом случае говорят, что точки a и a', a' и a'' расположены впроекционной связи, а прямые aa' и $a'a''$ называют *линиями связи*. Проекции a и a'' также расположены в проекционной связи. Линия связи aa_{y_H} перпендикулярна оси y_H, и линия связи $a''a_{y_W}$ перпендикулярна оси y_W.

Таким образом, *эпюр точки* – это плоский чертеж, на котором изображены прямоугольные проекции точки, расположенные в проекционной связи.

Построение третьей проекции точки по двум данным проекциям

По двум проекциям точки всегда можно построить ее третью проекцию. Рассмотрим построение третьей проекции точки на следующем примере. Задана точка A (a, a'). Требуется построить a'' – профильную проекцию точки A.

Для этого через a' проведем линию связи $a'a_z$, а через a – линию связи aa_{y_p} (рис.

5.14). Затем измерим расстояние от O до a_{y_p} по оси y_H и отложим его на оси y_W, так как $Oa_{y_н} = Oa_{y_w}$. На оси y_W получим точку a_{y_w}.

Проведем через a_{y_w}. линию связи вверх до пересечения с продолжением линии связи $a'a_z$. В пересечении линий связи отметим точку a'' – профильную проекцию точки A.

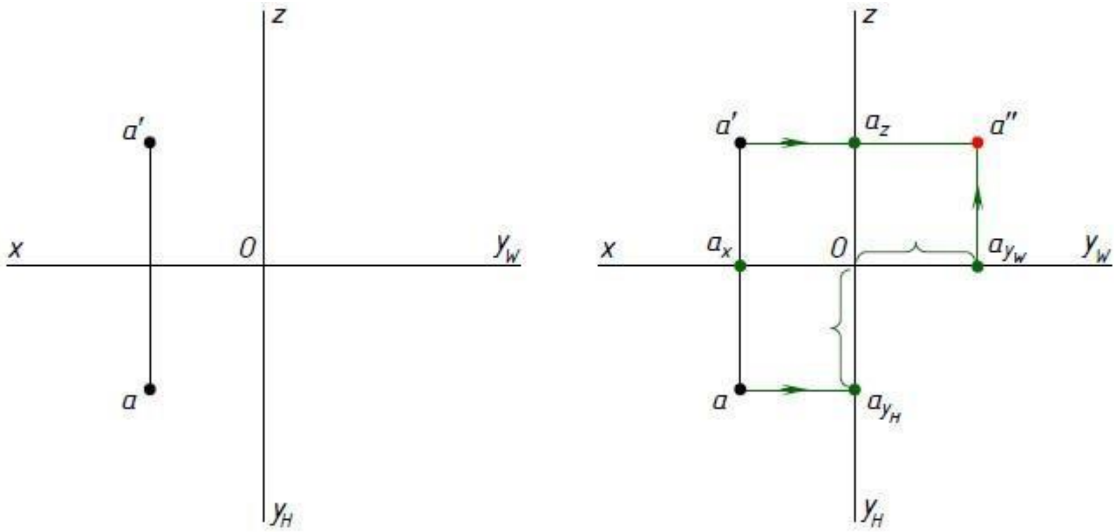
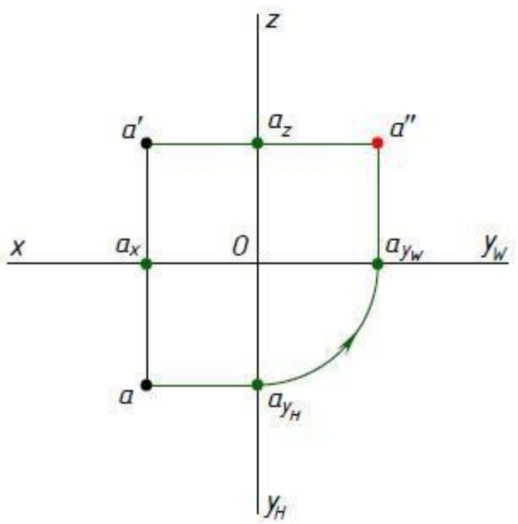


Рис. 5.14

При построении также можно воспользоваться или дугой окружности, проведенной из точки O (рис. 5.15), или биссектрисой угла $y_H O y_W$ (рис. 5.16).



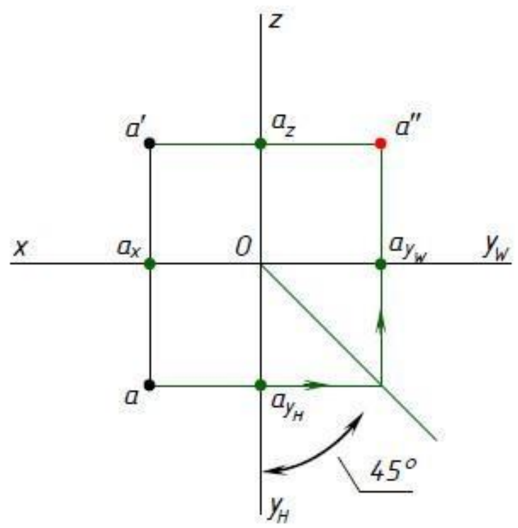


Рис. 5.15 *Рис. 5.16*

Однако рассмотренный нами ранее способ построения третьей проекции предпочтителен как более точный.

Прямоугольные координаты точки

Чтобы определить положение точки в пространстве относительно координатных плоскостей проекций, надо знать расстояния от точки до координатных плоскостей проекций. Эти расстояния называются *координатами точки*. Существуют три координаты: координата x (абсцисса), координата y (ордината), координата z (аппликата).

Координаты измеряются по осям x, y, z или по линиям, параллельным осям. Записывают координаты точки так: B (x, y, z). На первом месте стоит координата x, на втором – y, на третьем – z.

Горизонтальная проекция точки определяется координатами x и y – b (x, y). Фронтальная проекция точки определяется координатами x и z – b'(x, z). Профильная проекция определяется координатами y и z – b''(y, z).

Построение эпюра точки В (20, 15, 25) по координатам представлено на рис. 5.17.

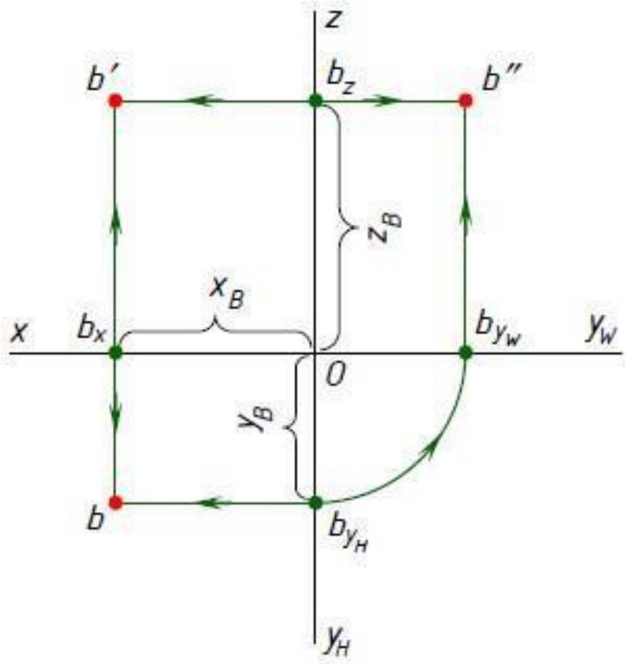


Рис. 5.17

От точки O по оси x откладываем 20 мм (x_B = 20мм), отмечаем точку b_x. От точки O по оси y_H откладываем 15 мм (y_B = 15мм), отмечаем точку $b_{y_н}$. Через точку b_x проводим линию связи вниз от оси x. Через точку $b_{y_н}$ проводим линию связи влево от оси y_H. Точка пересечения этих линий связи b – горизонтальная проекция точки B.

От точки O по оси z откладываем 25 мм (z_B = 25мм), отмечаем точку b_z. Через точку b_z проводим линию связи влево от оси z. Через точку

b_x проводим линию связи вверх от оси x. Точка пересечения этих линий связи b' – фронтальная проекция точки B.

Профильную проекцию точки B – точку b'', находим с помощью одного из способов, рассмотренных в параграфе 5.2.5. Например, с помощью дуги окружности, проведенной из точки O.

Следовательно, по трем координатам точки можно построить эпюр точки и определить положение точки в пространстве.

Положения точек относительно плоскостей проекций

Если точка не лежит ни на одной из плоскостей проекций, то она называется *точкой общего положения*. Ни одна координата точки общего положения не равна нулю. Например, точка A на рис. 5.13 и 5.16.

Если хотя бы одна координата точки равна нулю, то точка называется *точкой частного положения*. Рассмотрим некоторые примеры точек частного положения.

Если одна координата точки равна нулю, то точка лежит на плоскости проекций. Например, координата z точки B равна нулю (рис. 5.18). Это значит, что расстояние от точки B до плоскости проекций H равно нулю, поэтому точка B лежит на плоскости проекций H и совпадает со своей горизонтальной проекцией b. Слово «совпадает» обозначают знаком «≡» и записывают следующим образом: $B\equiv b$.

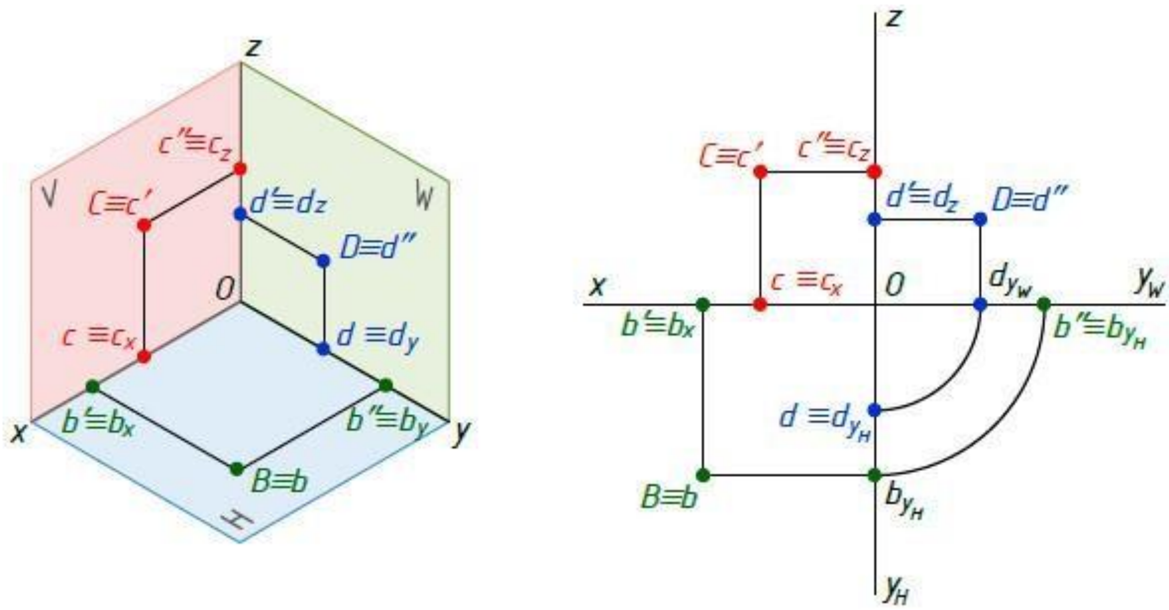


Рис. 5.18

Из эпюра точки B видно, что фронтальная проекция b' лежит на оси x и совпадает с точкой b_x ($b'\equiv b_x$). Профильная проекция b'' лежит на оси *y* и совпадает с точкой b_y ($b''\equiv b_y$). Следовательно, если точка лежит на плоскости проекций, то две проекции точки лежат на осях проекций.

На рис. 5.18 кроме эпюра точки *B* даны эпюры точек частного положения *C* и *D*. Координата *y* точки *C* равна нулю, следовательно точка *C* лежит на фронтальной плоскости проекций. Координата *x* точки *D* равна нулю, следовательно, точка *D* лежит на профильной плоскости проекций.

Если две координаты точки равны нулю, то точка лежит на оси проекций.

Например, координаты *y* и *z* точки *E* равны нулю (рис.5.19). Это значит, что расстояния от точки *E* до плоскостей проекций *H* и *V* равно нулю, поэтому точка *E* лежит на оси *x* и совпадает со своей горизонтальной *e* и фронтальной *e′* проекциями ($E\equiv e\equiv e'$). Профильная проекция e'' совпадает с началом координат *O* ($O\equiv e''$).

На рис. 5.19 кроме эпюра точки *E* даны эпюры точек частного положения *M* и *N*, которые соответственно лежат на осях *y* и *z*.

Если три координаты точки равны нулю, то точка лежит в начале координат.

Например, координаты *x*, *y*, *z* точки *K* равны нулю (рис. 5.19). Это значит, что расстояния от точки *K* до плоскостей проекций *H*, *V*, *W* равны нулю, поэтому точка *K* лежит в начале координат *O* и совпадает со всеми тремя проекциями точки *K* ($O\equiv K\equiv k\equiv k\equiv' k''$).

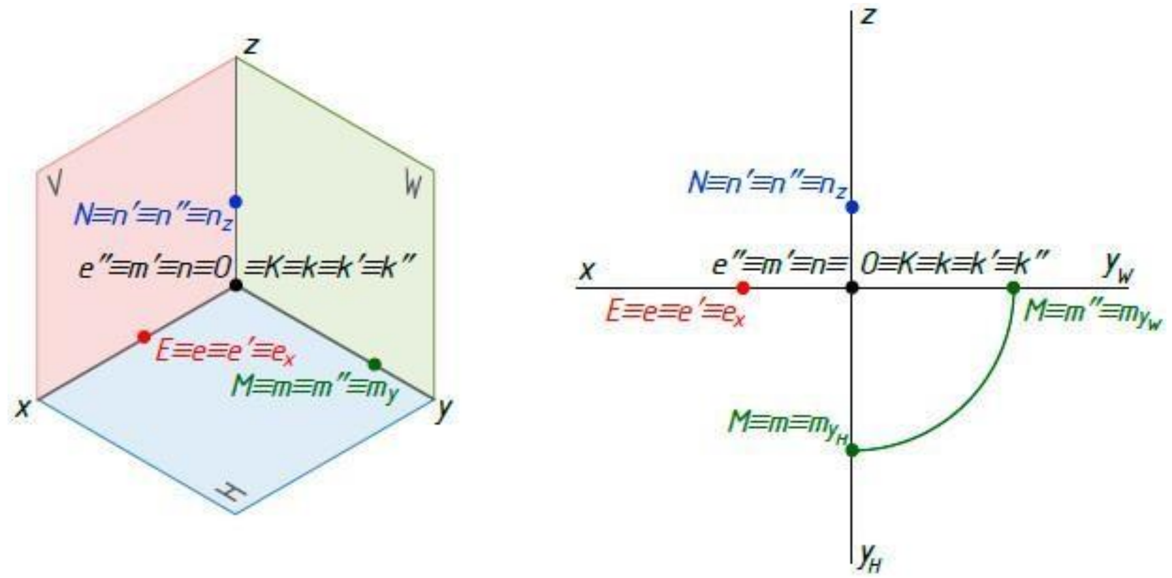


Рис. 5.19

Прямоугольные проекции отрезка прямой

Проецирование отрезка прямой на плоскости проекций

Положение прямой в пространстве определяется двумя точками. Поэтому чтобы построить прямоугольные проекции прямой, достаточно построить проекции двух ее точек.

В пространстве дан отрезок AB прямой (рис. 5.20). Найдем проекции отрезка AB прямой на плоскости проекций H. Для этого из точек A и B проведем перпендикуляры на плоскость проекций H, получим горизонтальные проекции a и b этих точек. Соединим точки a и b прямой линией, получим горизонтальную проекцию ab отрезка AB. Аналогично находим фронтальную $a'b'$ и горизонтальную $a''b''$ проекции отрезка AB прямой на плоскостях проекция V и W соответственно.

$|ab| < |AB|$, $|a'b'| < |AB|$, $|a''b''| < |AB|$.

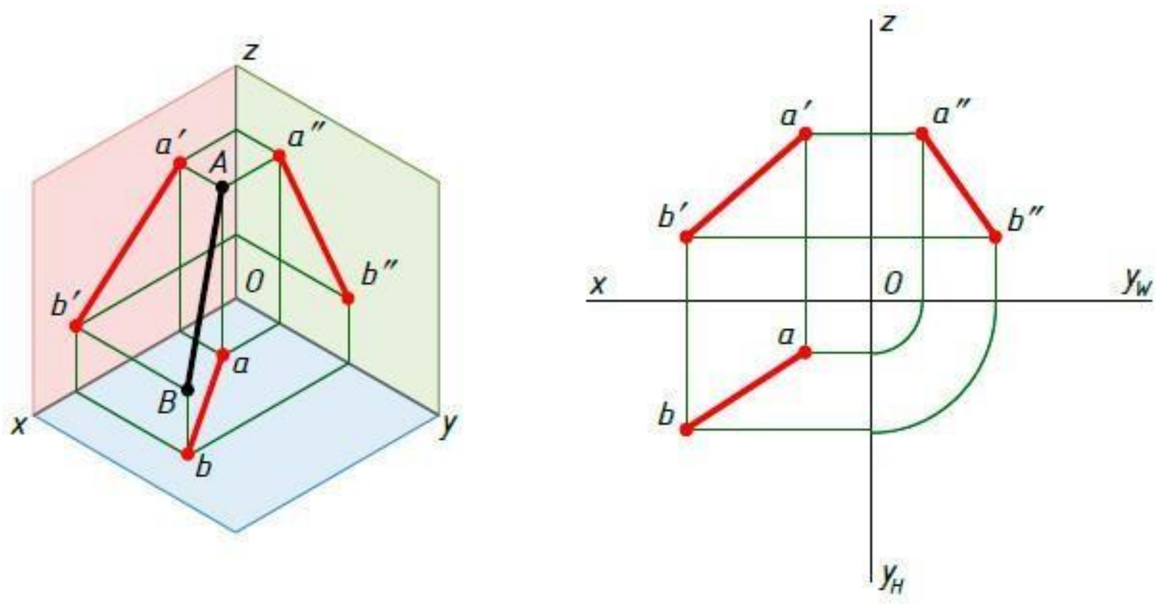


Рис. 5.20

Положение прямой относительно плоскостей проекций

Прямая, которая не параллельна ни одной из трех плоскостей проекций (т. е. наклонена ко всем плоскостям проекций под углами, отличными от прямого), называется *прямой общего положения* (рис. 5.20). Все проекции отрезка прямой общего положения меньше, чем натуральная (действительная) величина отрезка.

Прямые, параллельные одной или двум плоскостям проекций, называются *прямыми частного положения*. Прямые, параллельные одной плоскости проекций, называются *прямыми уровня*. Одна проекция отрезка прямой уровня равна натуральной величине отрезка.

Прямых уровня три. Прямая *CD* на рис. 5.21 параллельна горизонтальной плоскости проекций *H* и наклонена к фронтальной *V* и профильной *W* плоскостям проекций. Такая прямая называется *горизонтальной прямой*. Проекция $c'd'$ параллельна оси x, а проекция $c''d''$ параллельна оси y. Проекция cd равна натуральной величине отрезка *CD*.

$|cd| = |CD|$, $|c'd'| < |CD|$, $|c''d''| < |CD|$.

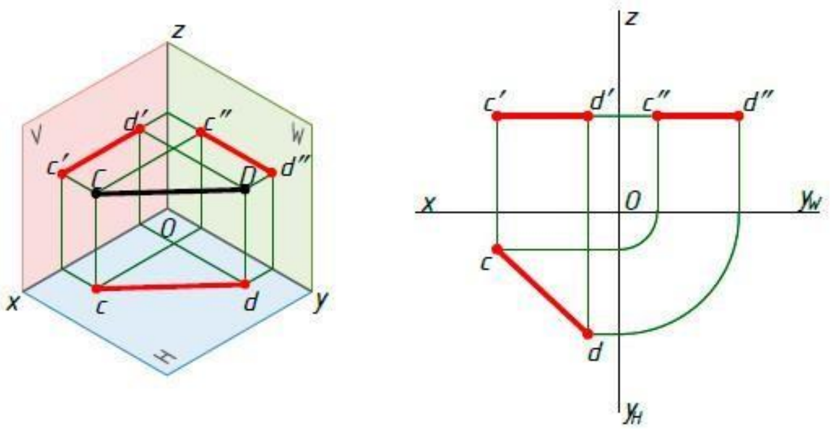


Рис. 5.21

Прямая *EF* на рис. 5.22 параллельна фронтальной плоскости проекций *V* и наклонена к горизонтальной *H* и профильной *W* плоскостям проекций. Такая прямая называется *фронтальной прямой*. Проекция ef параллельна оси x, а проекция $e''f''$ параллельна оси z. Проекция $e'f'$ равна натуральной величине отрезка *EF*.

$|ef| < |EF|$, $|e'f'| = |EF|$, $|e''f''| < |EF|$.

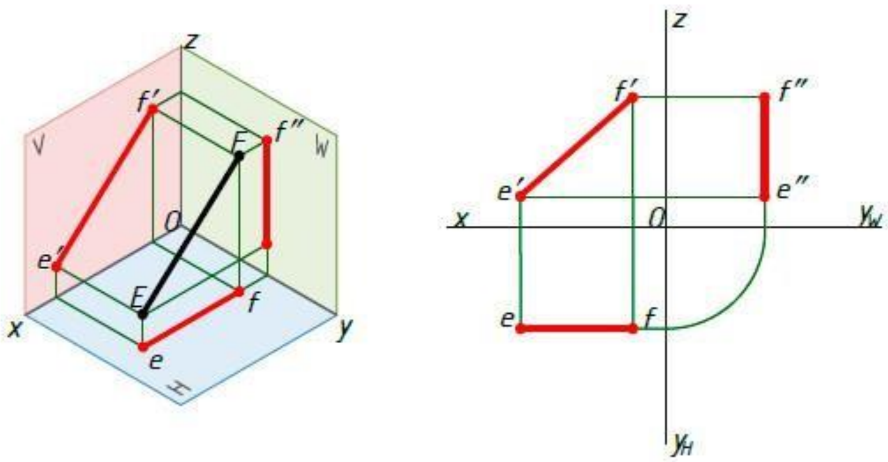


Рис. 5.22

Прямая KL на рис. 5.23 параллельна профильной плоскости проекций W и наклонена к горизонтальной H и фронтальной V плоскостям проекций.

Такая прямая называется *профильной прямой*. Проекция mn параллельна оси y, а проекция $k'l'$ параллельна оси z. Проекция $k''l''$ равна натуральной величине отрезка KL.

$|kl| < |KL|$, $|k'l'| < |KL|$, $|k''l''| = |KL|$.

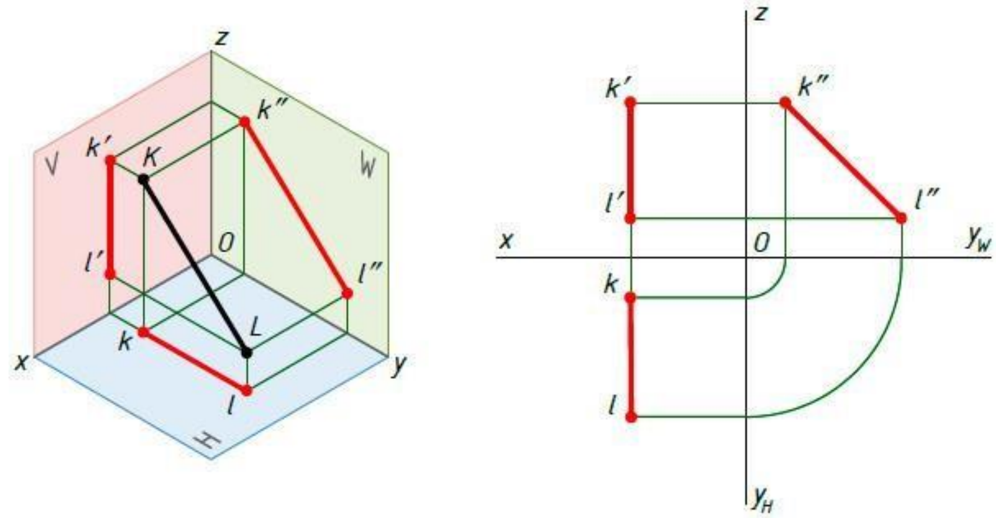


Рис. 5.23

Прямые, перпендикулярные одной плоскости проекций, называются *проецирующими прямыми*. Они параллельны двум другим плоскостям проекций. Две проекции отрезка проецирующей прямой равны натуральной величине отрезка.

Проецирующих прямых тоже три. Прямая MN на рис. 5.24 параллельна фронтальной V и профильной W плоскостям проекций, следовательно, перпендикулярна горизонтальной плоскости проекций H.

Такая прямая называется *горизонтально-проецирующей прямой*. Проекция mn – точка, так как $m \equiv n$. Проекции $m'n'$ и $m''n''$ параллельны оси z, и равны натуральной величине отрезка MN.

$$|m \equiv n|, \ |m'n'| = |m''n''| = |MN|.$$

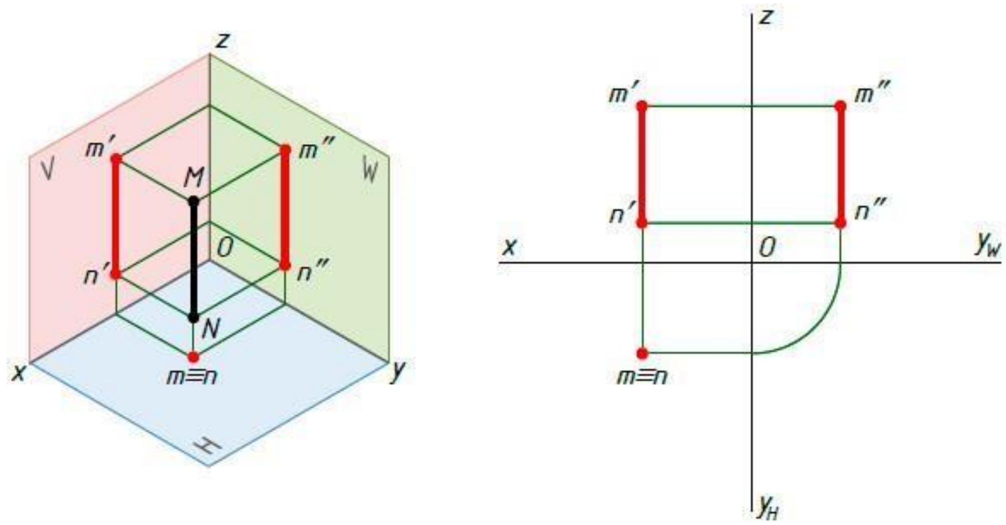


Рис. 5.24

Прямая PQ на рис. 5.25 параллельна горизонтальной H и профильной W плоскостям проекций, следовательно, перпендикулярна фронтальной плоскости проекций V. Такая прямая называется *фронтально-проецирующей прямой*. Проекция $p'q'$ – точка, так как $p'\equiv q'$. Проекции pq и $p''q''$ параллельны оси y и равны натуральной величине отрезка PQ.

$p'\equiv q'$, $|pq| = |p''q''| = |PQ|$.

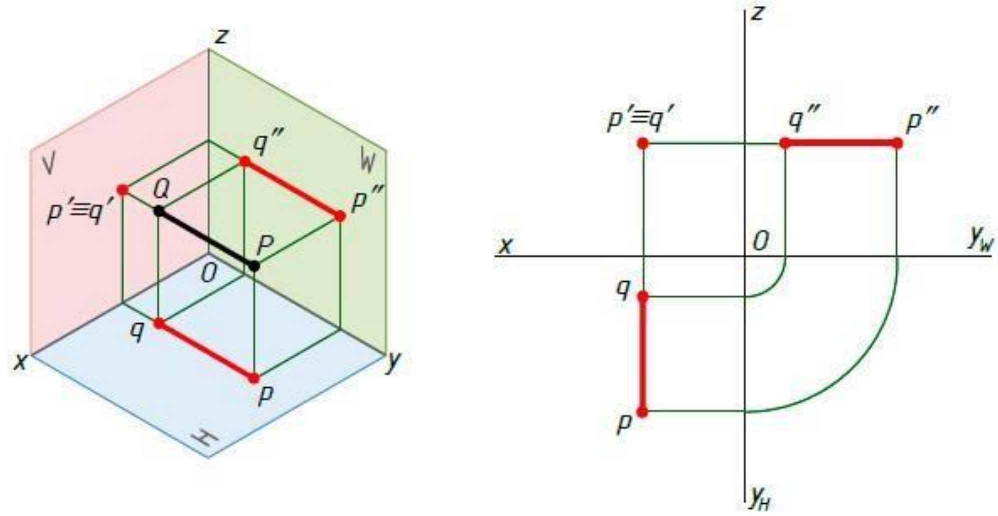


Рис. 5.25

Прямая ST на рис. 5.26 параллельна горизонтальной H и фронтальной V плоскостям проекций, следовательно, перпендикулярна профильной плоскости проекций W. Такая прямая называется *профильно-проецирующей прямой*. Проекция $s't'$ – точка, так как $s'\equiv t'$. Проекции st и $s't'$ параллельны оси x и равны натуральной величине отрезка ST.

$$s''\equiv t'',\ |s't'| = |st| = |ST|.$$

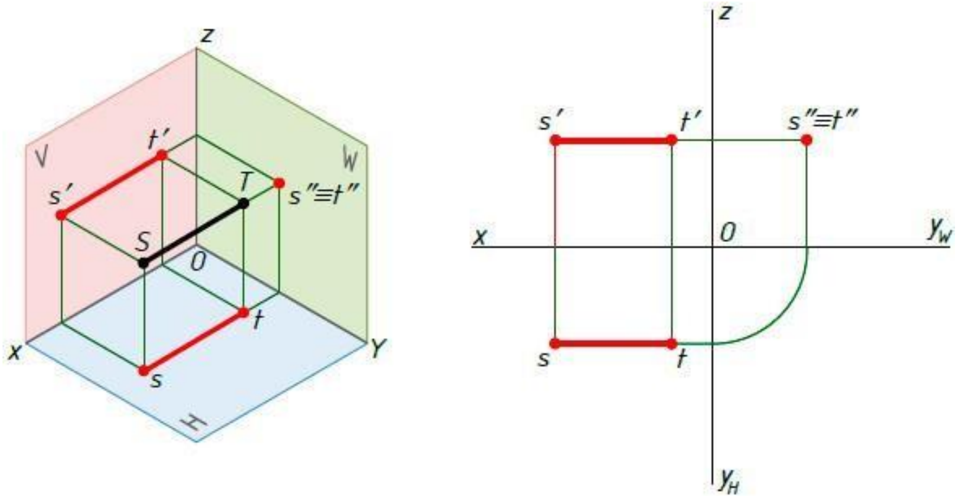


Рис. 5.26

Точка на прямой

Если точка принадлежит прямой, то проекции точки лежат на соответствующих проекциях этой прямой. На рис. 5.27 дана прямая *AB* и ее проекции.

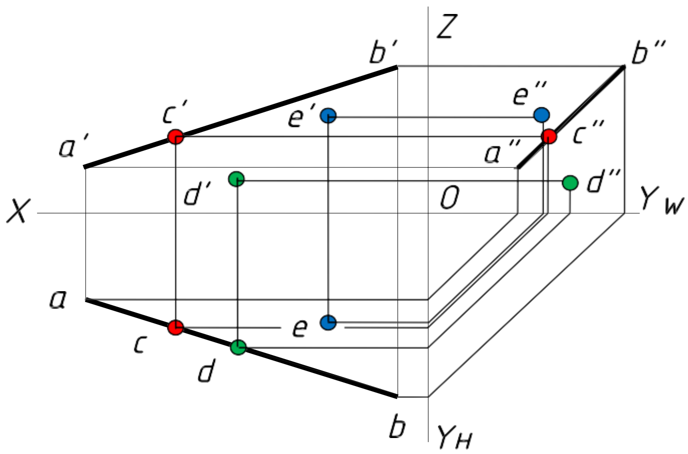


Рис. 5.27

На прямой *AB* возьмем произвольную точку, например, точку *C*. Горизонтальная проекция *c* точки *C* лежит на горизонтальной проекции *ab* прямой *AB*. Фронтальная проекция *c*′ точки *C* лежит на фронтальной проекции *a*′*b*′ прямой *AB*. Профильная проекция *c*″ точки *C* лежит на профильной проекции *AB*. Про точку *C* говорят, что она принадлежит прямой *AB*. Выражение «точка принадлежит прямой» записывают так: $C \in AB$.

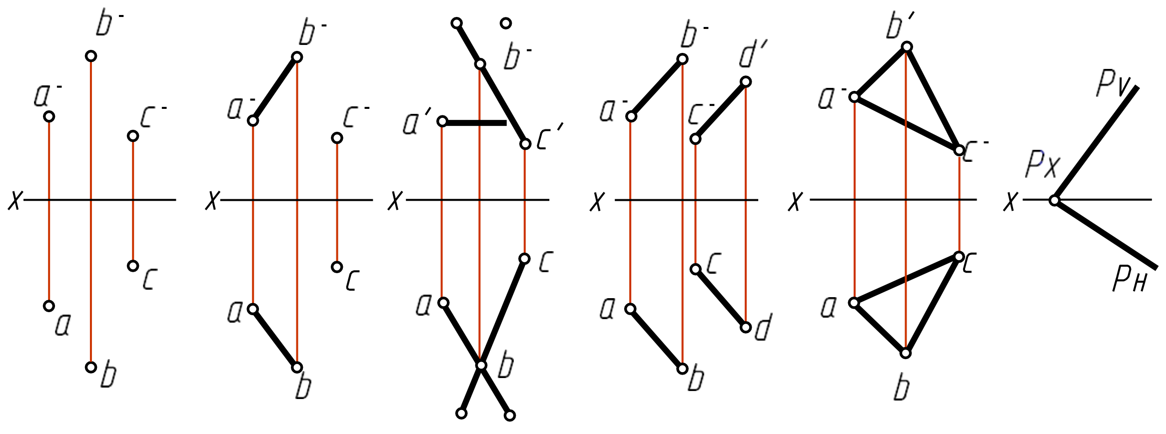
Точка D (рис. 5.27) не принадлежит прямой AB, потому что фронтальная проекция d' точки D не лежит на фронтальной проекции $a'b'$ прямой AB. Точка E (рис. 5.27) не принадлежит прямой AB, потому что фронтальная проекция e' и горизонтальная проекция e точки E не лежат на фронтальной и горизонталной проекциях ab, $a'b'$ прямой AB.

$\bullet C \in (AB) \Longrightarrow (\bullet c \in ab)$ и $(\bullet c' \in a'b')$
$\bullet D \in (AB) \Longrightarrow (\bullet d \in ab)$, а $(\bullet d' \in a'b')$
$\bullet E \in (AB) \Longrightarrow (\bullet e \in ab)$ и $(\bullet e'\ a'b')$

Прямоугольные проекции плоскости

Изображение плоскости на комплексном чертеже

Плоскость на чертеже может быть задана несколькими способами (рис. 5.28).



а *б* *в* *г* *д* *е*

Рис. 5.28

- проекциями трех точек, не лежащих на одной прямой (рис. 5.28, *а*);
- проекциями прямой и точки, не лежащей на этой прямой (рис. 5.28, *б*);
- проекциями двух пересекающихся прямых (рис. 5.28, *в*);
- проекциями двух параллельных прямых (рис. 5.28, *г*);
- проекциями любой плоской фигуры (рис. 5.28, *д*);
- следами плоскости (рис. 5.28, *е*).

Положение плоскости относительно плоскостей проекций

Плоскость может занимать общее и частное положения относительно плоскостей проекций.

Плоскость, которая не перпендикулярна и не параллельна ни одной из плоскостей проекций (то есть, наклонена ко всем плоскостям проекций под углами не равными 90°), называется *плоскостью общего положения*.

Фигура, лежащая в плоскости общего положения, не проецируется в натуральную величину ни на одну из плоскостей проекций.

На рис. 5.29 дана плоскость общего положения *Q*, заданная треугольником *ABC*.

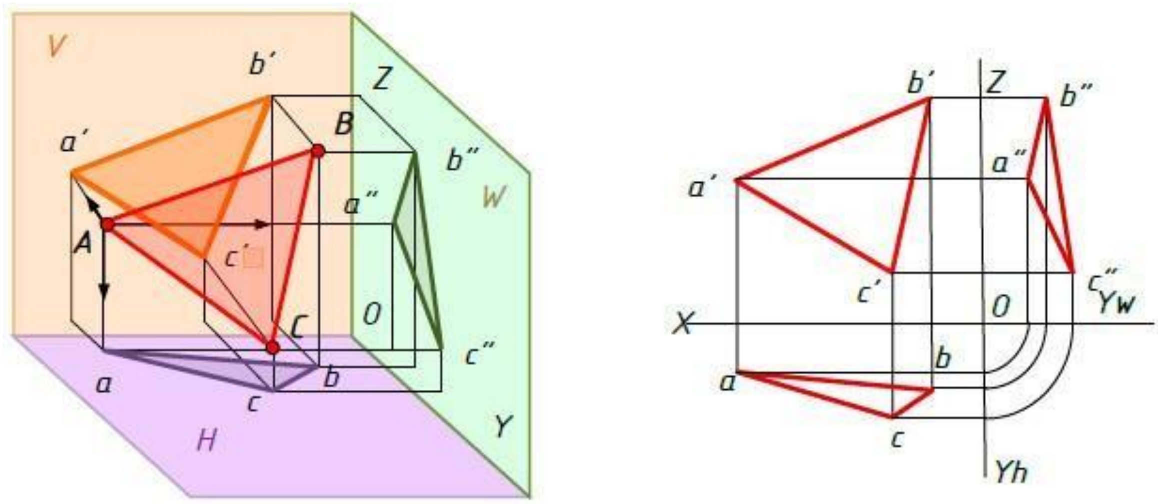


Рис. 5.29

Плоскости, перпендикулярные или параллельные плоскостям проекций, называются *плоскостями частного положения*.

Плоскость перпендикулярная одной плоскости проекций, называется *проецирующей*.

Фигура, лежащая в проецирующей плоскости, проецируется в отрезок на ту плоскость проекций, которой перпендикулярна проецирующая плоскость.

Проецирующих плоскостей три: горизонтально-проецирующая, фронтально-проецирующая и профильно-проецирующая.

На рис. 5.30 плоскость *T*, заданная треугольником *ABC*, перпендикулярна горизонтальной плоскости проекций. Такая плоскость называется *горизонтально-проецирующей*.

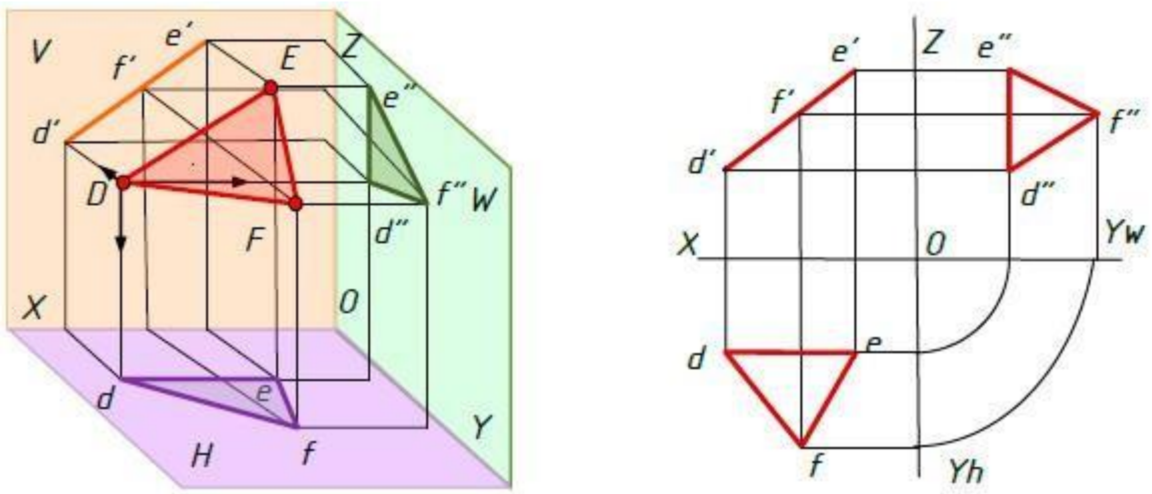


Рис. 5.30

Проекция треугольника *ABC* на плоскости проекций *H* – отрезок *ab (линия abc)*. Проекции треугольника *ABC* на плоскостях проекций *V* и *W* – треугольники *a′b′c′* и *a″b″c″*, не равные натуральной величине треугольника *ABC*.

На рис. 5.31 плоскость *R*, заданная треугольником *DEF*, перпендикулярна фронтальной плоскости проекций. Такая плоскость называется *фронтально-проецирующей*.

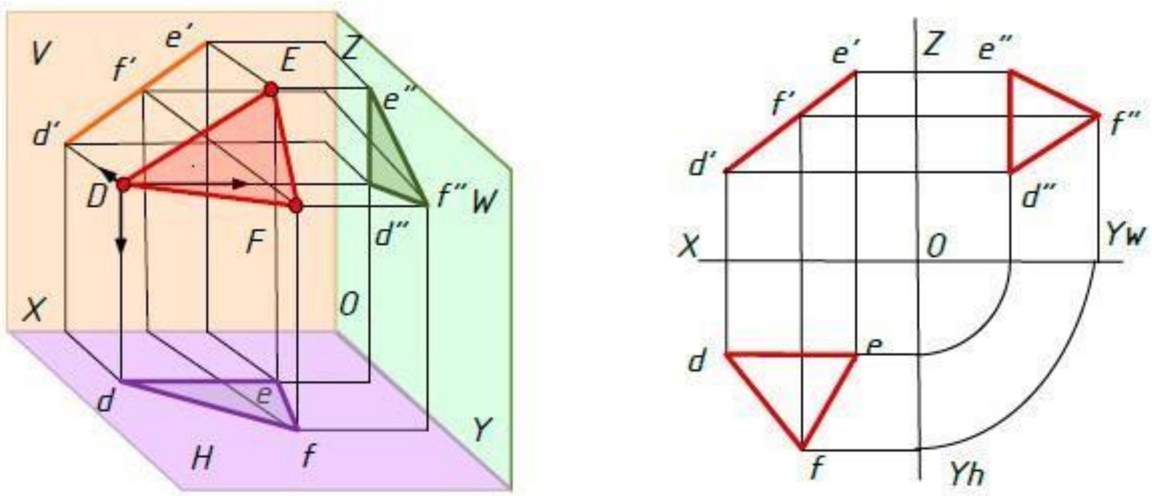


Рис. 5.31

Проекция треугольника *DEF* на плоскости проекций *V* – отрезок *d’f’*. Проекции треугольника *DEF* на плоскостях проекций *H* и *W* – треугольники *def* и *d″e″f″*, не равные натуральной величине треугольника *ABC*.

На рис. 5.32 плоскость *P*, заданная треугольником *KMN*, перпендикулярна профильной плоскости проекций.

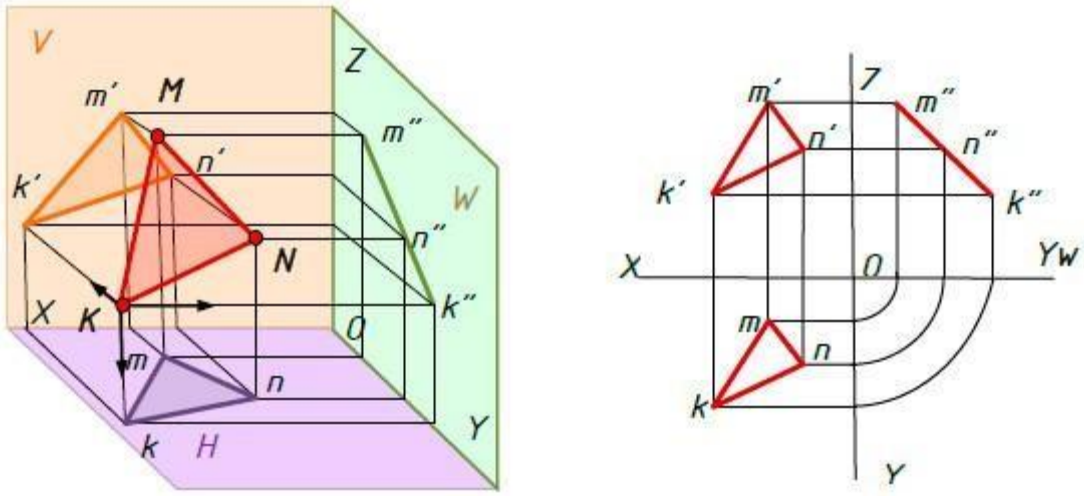


Рис. 5.32

Такая плоскость называется *профильно-проецирующей*. Проекция треугольника *KMN* на плоскости проекций *W* – отрезок *k″m″*. Проекции треугольника *KMN* на плоскостях проекций *H* и *V* – треугольники *kmn* и *k′m′n′*, не равные натуральной величине треугольника *KMN*.

Плоскость, параллельная одной плоскости проекций (и перпендикулярная двум другим плоскостям проекций), называется *плоскостью уровня*.

Фигура, лежащая в плоскости уровня, проецируется в натуральную величину на ту плоскость проекций, которая параллельна заданная плоскость. Две другие проекции – отрезки прямых параллельные осям проекций.

Плоскостей уровня три: горизонтальная, фронтальная и профильная.

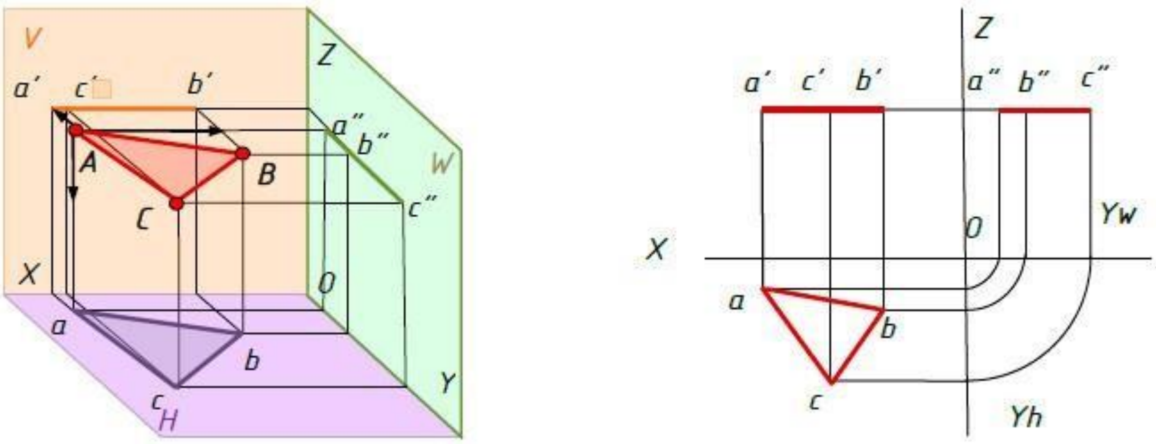


Рис. 5.33

На рис. 5.33 плоскость *T*, заданная треугольником *ABC*, параллельна горизонтальной плоскости проекций и перпендикулярна плоскостям проекций *V* и *W*. Такая плоскость называется *горизонтальной*.

Проекция треугольника *ABC* на плоскости проекций *H* – треугольник *abc*, равный натуральной величине треугольника *ABC*. Проекции треугольника *ABC* на плоскостях проекций *V* и *W* – отрезки $a'b'$ и $a''b''$, параллельные соответственно осям проекций *x* и *y*.

На рис. 5.34 плоскость *R*, заданная треугольником *DEF*, параллельна фронтальной плоскости проекций и перпендикулярна плоскостям проекций *H* и *W*. Такая плоскость называется *фронтальной*.

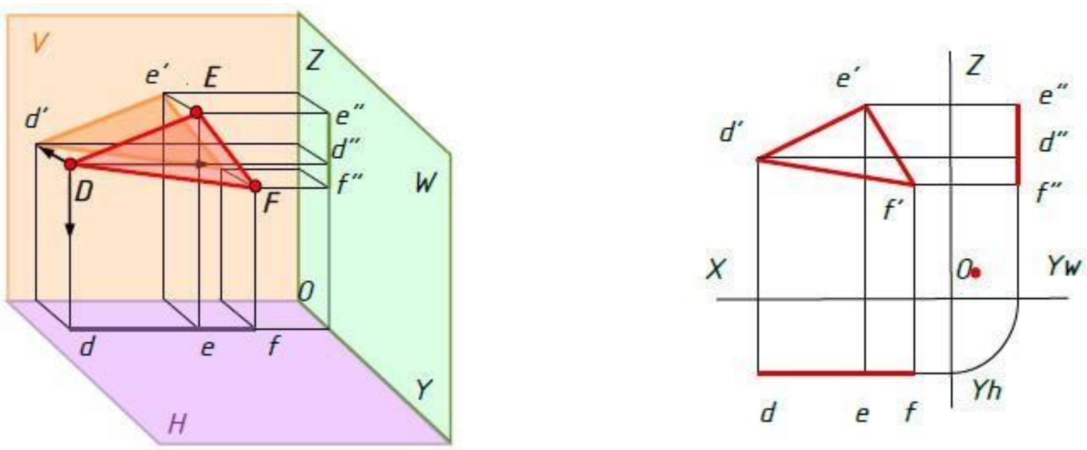


Рис. 5.34

Проекция треугольника *DEF* на плоскости проекций *V* – треугольник $d'e'f'$, равный натуральной величине треугольника *DEF*. Проекции треугольника *DEF* на плоскостях проекций *H* и *W* – отрезки *df* *(линия def)* и $f''e''$ *(линия* $d''e''f''$*)*, параллельные соответственно осям проекций *x* и *z*.

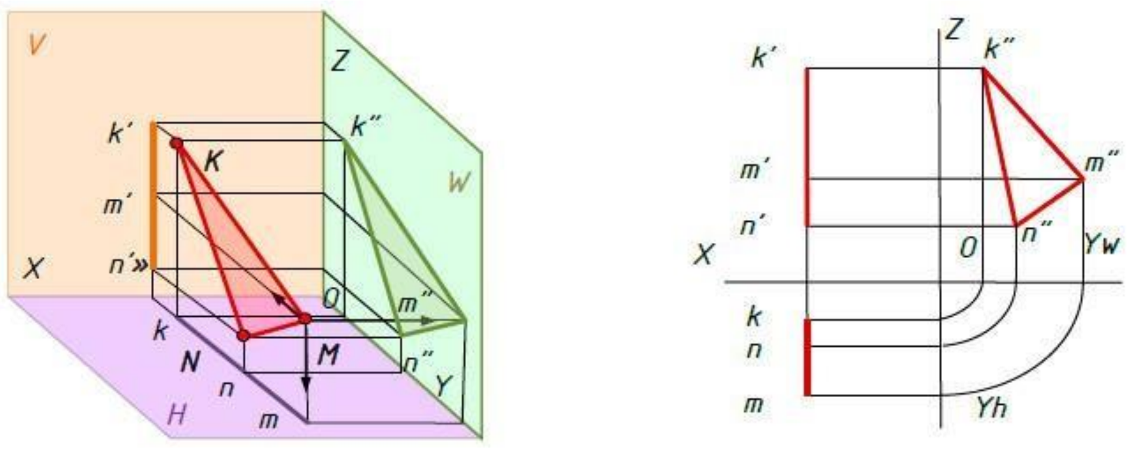


Рис. 5.35

На рис. 5.35 плоскость *P*, заданная треугольником *KMN*, параллельна профильной плоскости проекций и перпендикулярна плоскостямпроекций *H* и *V*. Такая плоскость называется *профильной*.

Проекция треугольника *KMN* на плоскости проекций *W* – треугольник *k″m″n″*, равный натуральной величине треугольника *KMN*. Проекции треугольника *KMN* на плоскостях проекций *H* и *V* – отрезки *km* и *k′m′ (линии kmn, k′m′n′)*, параллельные соответственно осям проекций *y* и *z*.

Прямая и точка в плоскости

Прямая принадлежит плоскости, если она проходит через две точки, которые принадлежат плоскости.

На рис. 5.36 дана горизонтальная *abc* и фронтальная *a′b′c′* проекции плоскости *Q*(*ABC*) и фронтальная проекция *m′n′* прямой *MN*.

Построим горизонтальную проекцию *mn* прямой *MN*, если известно, что прямая *MN* принадлежит плоскости *Q*.

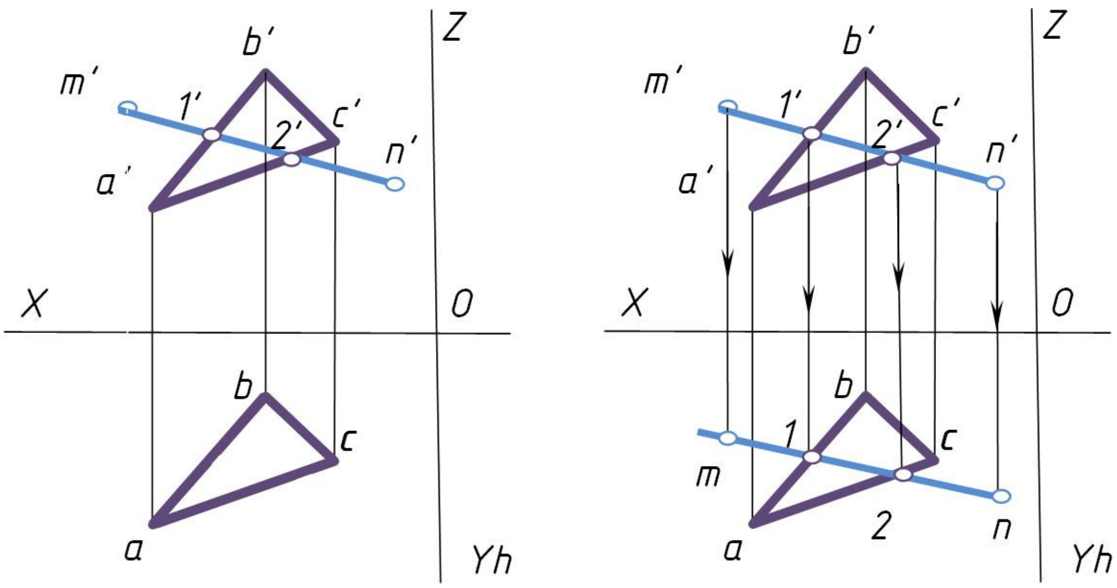


Рис. 5.36

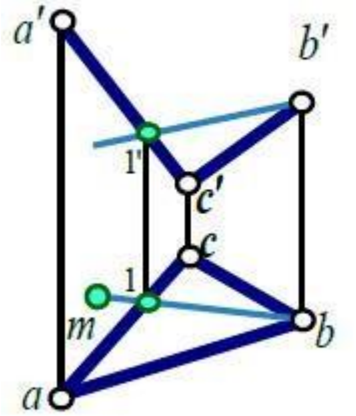
Фронтальная проекция *m′n′* пересекает прямые *a′b′* и *a′c′*. Отметим точки их пересечения *1′* и *2′*. Из вспомогательных точек *1′* и *2′* проведем линии связи до пересечения с соответствующими горизонтальными проекциями *ab* и *bc*. Отметим точки *1* и *2*. Через эти точки проведем прямую линию *1-2*. Из точек *m′*и *n′* проведем линии связи до пересечения с прямой линией *1-2*. Отметим точки *m* и *n*. Получаем горизонтальную проекцию отрезка *mn* прямой *MN*.

Прямая *MN* принадлежит плоскости *Q*, так как имеет две общие точки с плоскостью.

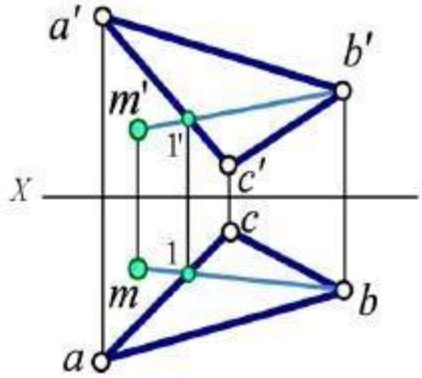
$$MN \in Q(ABC) \Rightarrow m \in ab,\ m' \in a'b' \text{ и } n \in ac,\ n' \in a'c'.$$

Точка принадлежит плоскости, если она лежит на прямой, которая принадлежит плоскости.

На рис. 5.37 дана горизонтальная *abc* и фронтальная *a'b'c'* проекции плоскости *Q*(*ABC*) и горизонтальная проекция *m* точки *M*. Необходимо найти фронтальную проекцию точки *M*.



а)



б)

Рис. 5.37

Для этого через точку плоскости *B (горизонтальная проекция b)* и точку *M* (горизонтальная проекция *m)* проводим прямую *B1* (рис. 5.37, *а)*, принадлежащую плоскости *Q*. Точка *1* принадлежит стороне *AC* плоскости треугольника, из вспомогательной точки *1* проводимлинию связи до пересечения с соответствующей фронтальной проекцией *a'c'*, находим фронтальную проекцию точки *1(1')*. Проводим фронтальную проекцию прямой *B1* и на этой прямой находим фронтальную проекцию точки *M* (рис. 5.37, *б*).

$$M \in Q(ABC) \Rightarrow m \in ac,\ m' \in a'c'.$$