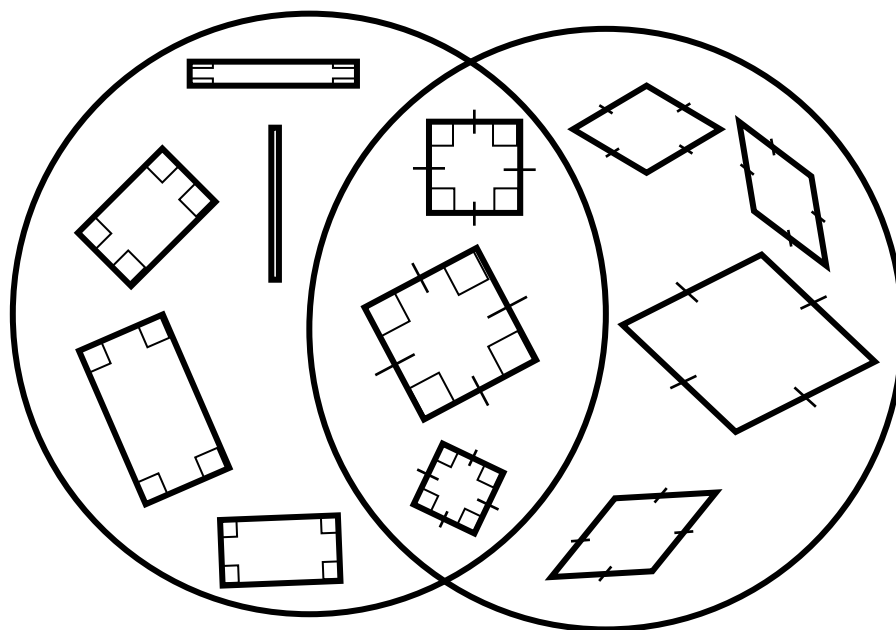


МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ

Учебно-методическое пособие



Пенза 2014

УДК 51 (075)
Р 47

Рецензент
кандидат педагогических наук, доцент,
заведующая кафедрой начального общего образования
ГАОУ ДПО «Институт регионального развития Пензенской области»
А. В. Маркова

Элементы теории множеств: Учебно-методическое пособие/ Сост.:
Кулагина Т. В., Тихонова Н. Б. – Пенза: ПГУ, 2014. –32 с.

Учебное пособие подготовлено на кафедре «Теория и методика дошкольного и начального образования» и предназначено для студентов-бакалавров очного и заочного отделений факультета педагогики, психологии и социальных наук, профиль «Начальное образование».

УДК 51(075)

© Кулагина Т.В.
©Тихонова Н.Б.
©Пензенский государственный университет, 2014

СОДЕРЖАНИЕ

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ.....	4
1. Понятие множества.....	4
1. 1. Способы задания множества.....	5
1. 2. Подмножества.....	8
1. 3. Отношения между множествами.....	9
2. ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ.....	13
2.1. Пересечение.....	13
2.2. Объединение.....	13
2.3. Разность.....	14
2.4. Симметрическая разность.....	15
2.5. Декартово произведение.....	16
2.6. Разбиение множества на классы. Классификация.....	17
3. СВОЙСТВА ОПЕРАЦИЙ НАД МНОЖЕСТВАМИ.....	19
3.1. Доказательство свойств операций над множествами.....	21
3.2. Иллюстрация свойств операций над множествами.....	22
УПРАЖНЕНИЯ.....	24
Литература.....	34

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ

Теория множеств как математическая дисциплина создана *Кантором*¹. Теория множеств стала основой многих разделов математики — общей топологии, общей алгебры, функционального анализа и оказала существенное влияние на современное понимание предмета математики. В первой половине XX века теоретико-множественный подход был привнесён и во многие традиционные разделы математики, в связи с чем стала широко использоваться в преподавании математики, в том числе в школах.

1. ПОНЯТИЕ МНОЖЕСТВА

Понятие множества является одним из наиболее общих и наиболее важных математических понятий. Понятие множества настолько общее, что невозможно дать ему какое-либо определение, которое не сводилось бы просто к замене слова «множество» его синонимами: совокупность, собрание, объединение элементов и т.п. Объекты, из которых образовано множество, называются его *элементами*.

Вот что сказано у самого Кантора: *«Под «множеством» мы понимаем любое объединение в одно целое определенных вполне различаемых объектов из нашего восприятия или мысли»*. Но это описание понятия множества нельзя считать его математическим определением. Понятие множества является одним из основных понятий математики и поэтому не определяется через другие. Это понятие можно только постараться пояснить на примерах.

Например:

- ♥ множество (набор) карандашей в коробке;
- ♥ множество (класс) хвойных деревьев;
- ♥ множество всех точек плоскости, равноудаленных от данной (окружность).

Множества принято обозначать прописными латинскими буквами: **A, B, C, D, ..., Z**, а элементы множества — малыми: **a, b, c, d, ..., x, y, z**.

¹ *Георг Кантор* (1845-1918) - немецкий математик. Родился 3 марта 1845 в Санкт-Петербурге. Наиболее известен как создатель теории множеств. Кантор ввёл понятие взаимно-однозначного соответствия между элементами множеств, дал определения бесконечного и вполне-упорядоченного множеств и доказал, что действительных чисел «больше», чем натуральных.

Утверждение: «элемент a принадлежит множеству A » символически записывается так: $a \in A$.

$a \notin A$ - означает, что элемент a не принадлежит множеству A .

Множества, элементами которых являются числа, называются **числовыми множествами**.

Для ряда числовых множеств в математике приняты стандартные обозначения:

N – множество натуральных чисел;

Z – множество целых чисел;

Q – множество рациональных чисел;

R – множество действительных чисел;

C – множество комплексных чисел.

Понятие множества и некоторые другие с ним связанные, являются основой начального обучения математики и широко в нем используются. В большинстве учебников по математике для начальной школы термин «множество» отсутствует, и это понятие используется неявно. Хотя есть некоторые авторы, которые явно включают понятие «множество» в начальный курс математики (Петерсон Л.Г.). Формирование таких важнейших понятий, как число, операций сложения и умножения натуральных чисел, понятие о геометрической фигуре, в школьном курсе математики происходит на теоретико-множественной основе.

1. 1. СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ МНОЖЕСТВА

Множество считают заданным, если о любом объекте можно сказать, принадлежит он этому множеству или не принадлежит.

Существуют **два способа задания множества**.

1. **Перечисление всех элементов.**

Множество можно задать, перечислив все его элементы. В таком случае названия всех элементов множества записывают в строку, отделяя запятыми, и заключают в фигурные скобки. Например:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}.$$

2. **Указание характеристического свойства.**

Множество можно задать, сформулировав характеристическое свойство.

Характеристическое свойство – это такое свойство, которым обладает каждый элемент, принадлежащий множеству, и не обладает ни один элемент, который ему не принадлежит. Например: $A = \{a \mid a \in N \text{ и } a < 10\}$ (множество натуральных чисел меньших 10)

Множества могут содержать как конечное, так и бесконечное число элементов.

Множества, состоящие из конечного числа элементов, называются **конечными множествами**. Все элементы этих множеств можно перебрать (пересчитать). Конечные множества, содержащие n элементов, называются **n -элементными множествами**. Например: множество, содержащее один элемент - одноэлементное множество, множество, содержащее пять элементов - пятиэлементное множество и т.д. Утверждение: «Число элементов множества A равняется k » символически записывается так:

$$n(A) = k.$$

В математике приходится постоянно сталкиваться с **бесконечными множествами** (нельзя сказать, сколько элементов в этих множествах, нельзя их полностью перебрать). Например: множества натуральных, целых, четных, нечетных чисел и многие другие.

Для удобства вводится также и множество с числом элементов равным нулю, т.е. множество, не имеющее элементов.

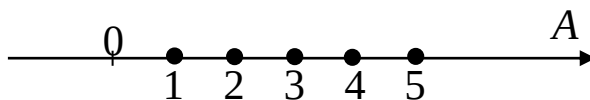
Множество, не содержащее ни одного элемента, называется **пустым** и обозначается символом $\emptyset$, $n(\emptyset) = 0$.

Например, множество русских слов, начинающихся на букву Ъ. Таких слов нет, поэтому это пустое множество, численность его элементов равна нулю.

Числовые множества можно изобразить на координатной прямой. Например:

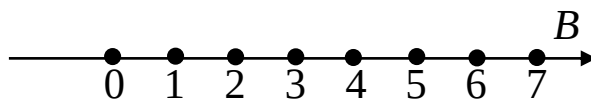
а) $A = \{x, x \in N, x \leq 5\}$

A - это множество, состоящее из первых пяти натуральных чисел, на координатной прямой отмечается пятью точками.



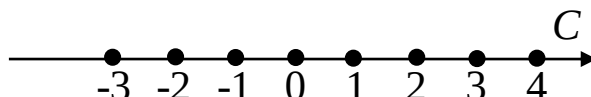
б) $B = \{x, x \in N_0, x \leq 7\}$

B – это множество, состоящее из 8 элементов, включая ноль.



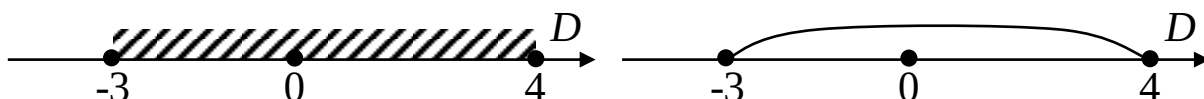
в) $C = \{x, x \in Z, -3 \leq x < 5\}$

C – это множество целых чисел от -3 до 4, на координатной прямой обозначается тоже отдельными точками.



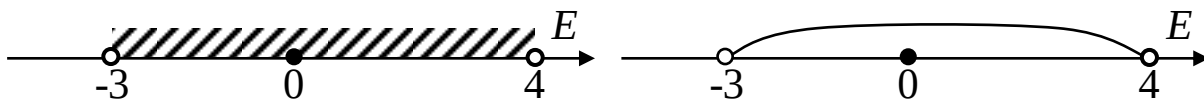
г) $D = \{x, x \in R, -3 \leq x \leq 4\}$

D – это *бесконечное* множество действительных чисел на *отрезке* от -3 до 4, который можно записать еще так: $[-3, 4]$. На координатной прямой *замкнутый промежуток* можно обозначить следующими способами:



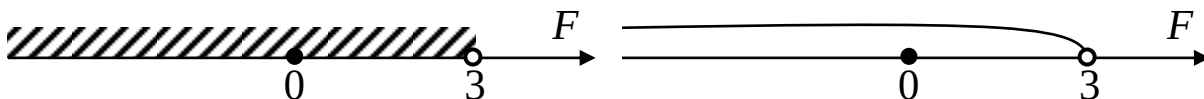
д) $E = \{x, x \in R, -3 < x < 4\}$

E – это *бесконечное* множество действительных чисел на *интервале* от -3 до 4, который можно записать еще так: $(-3, 4)$. На координатной прямой *открытый промежуток* можно обозначить следующими способами:



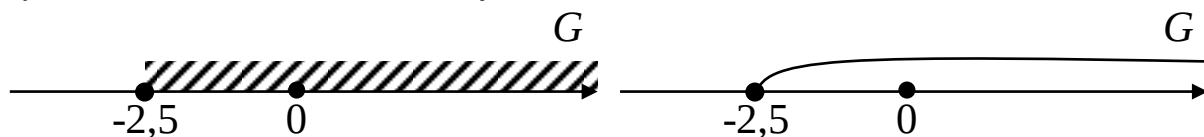
е) $F = \{x, x \in R, x < 4\}$

F – это *бесконечное* множество действительных чисел меньших 3, записывают так: $(-\infty, 3)$. На координатной прямой *луч* можно обозначить следующими способами:



ж) $G = \{x, x \in R, x \geq 2,5\}$

G – это *бесконечное* множество действительных чисел больших либо равных 2,5, записывают так: $[2,5; \infty)$. На координатной прямой *луч* можно обозначить следующими способами:



1. 2. ПОДМНОЖЕСТВА

Множество B является *подмножеством* множества A , если каждый элемент множества B является также элементом множества A . В этом случае множество A является *надмножеством* B . Записывают это $B \subset A$. Прочитать эту запись можно по-разному:

- ♥ B является подмножеством A ,
- ♥ A является надмножеством B ,
- ♥ B включается во множество A ,
- ♥ A включает в себя множество B .

Например, A – множество двузначных чисел, а B – множество двузначных чисел, кратных 5.

Считают, что каждое множество A является подмножеством самого себя. $A \subset A$.

Пустое множество является подмножеством любого множества: $\emptyset \subset A$.

Любое непустое подмножество B множества A , не совпадающее со множеством A , называется *собственным подмножеством*.

Для множества A пустое множество $\emptyset$ и само множество A называются *несобственными подмножествами* множества A .

Множество, которое включает все рассматриваемые множества, называется *универсальным*. Обозначается U .

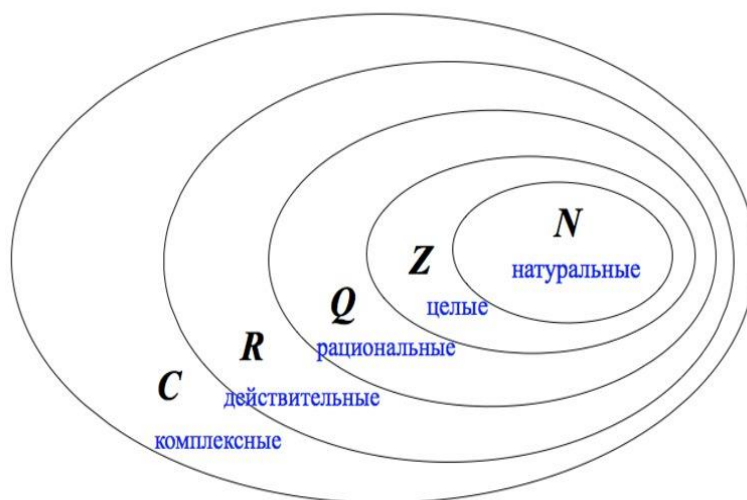
Для каждого множества, состоящего из n элементов можно образовать 2^n подмножеств.

Любое множество можно изобразить графически, нарисовав замкнутый контур и представив себе, что элементы этого множества изображены точками, находящимися внутри этого контура. Показывать на рисунке точки не обязательно. Универсальное множество изображается в виде прямоугольника. Такой способ изображения множеств носит название *диаграмм Венна*² (или *кругов Эйлера*³). Чаще называется *диаграммами Эйлера-Венна*.

² *Джон Венн* (1886-1921) — английский логик и философ. Родился 4 августа 1834 в Йоркшире. Умер — 4 апреля 1923, Кембридж. Он известен за введение диаграмм Венна, которые используются во многих областях, таких как теория множеств, теория вероятностей, логика, статистика и информатика.

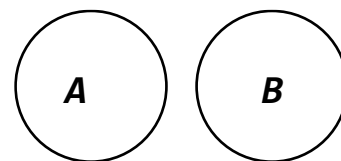
³ *Леонард Эйлер* (1707-1783) — швейцарский, немецкий и российский математик и механик. Родился 15 апреля 1707 в Швейцарии. Умер 7 (18) сентября 1783 в Санкт-Петербурге. Эйлер — автор более чем 850 работ (включая два десятка фундаментальных монографий) по математическому анализу, дифференциальной геометрии, теории чисел, приближенным вычислениям, небесной механике, математической физике, оптике, баллистике, кораблестроению, теории музыки и

Например, числовые множества можно изобразить так.



1. 3. ОТНОШЕНИЯ МЕЖДУ МНОЖЕСТВАМИ

Если множества A и B не имеют общих элементов, то говорят, что эти множества *находятся в отношении непересечения*.



Записывают это так: $A \cap B = \emptyset$.

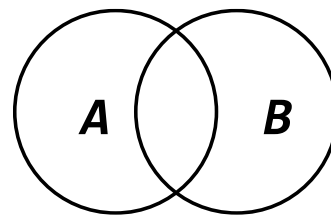
Например, A – множество треугольников, B – множество трапеций. Эти множества не имеют общих элементов, т. е. не существует фигуры, которая была бы одновременно и треугольником, и трапецией. Поэтому множества A и B находятся в отношении непересечения.

Если множества A и B имеют общие элементы, т.е. элементы, принадлежащие одновременно и A , и B , то говорят, что эти множества *находятся в отношении пересечения*. Записывают это так: $A \cap B \neq \emptyset$.

другим областям. Академик Петербургской, Берлинской, Туринской, Лиссабонской и Базельской академий наук, иностранный член Парижской академии наук.

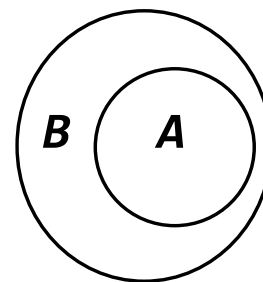
Почти полжизни провёл в России, где внёс существенный вклад в становление российской науки. С 1726 по 1741, а также с 1766 года был академиком Петербургской академии наук (будучи сначала адъюнктом, а с 1731 года — профессором). Хорошо знал русский язык и часть своих сочинений (особенно учебники) публиковал на русском.

Множества ***A*** и ***B*** *находятся в общем положении пересечения*, если существует элемент (хотя бы один), принадлежащий исключительно множеству ***A***, элемент, принадлежащий исключительно множеству ***B***, а также элемент, принадлежащий обоим множествам.



Например, ***A*** – множество прямоугольников, ***B*** – множество ромбов. Множества ***A*** и ***B*** находятся в общем положении пересечения, так как существует фигура, которая является одновременно и ромбом, и прямоугольником – это квадрат, а так же есть прямоугольники, которые не являются ромбами, и есть ромбы, которые не являются прямоугольниками. Иллюстрация этого отношения изображена на обложке пособия.

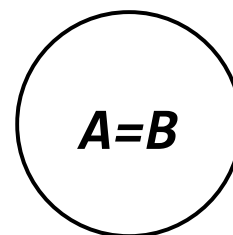
Два множества *находятся в отношении включения*, если все элементы одного множества являются элементами другого. Например, если все элементы множества ***A*** являются элементами множества ***B***, то ***A*** включается в ***B***, а ***B*** включает в себя множество ***A***.



$$A \subset B$$

Например, $A = \{12, 21, 11, 22\}$, $B = \{10, 11, 12, 20, 21, 22\}$. $A \subset B$, так как все элементы множества ***A*** являются одновременно и элементами множества ***B***.

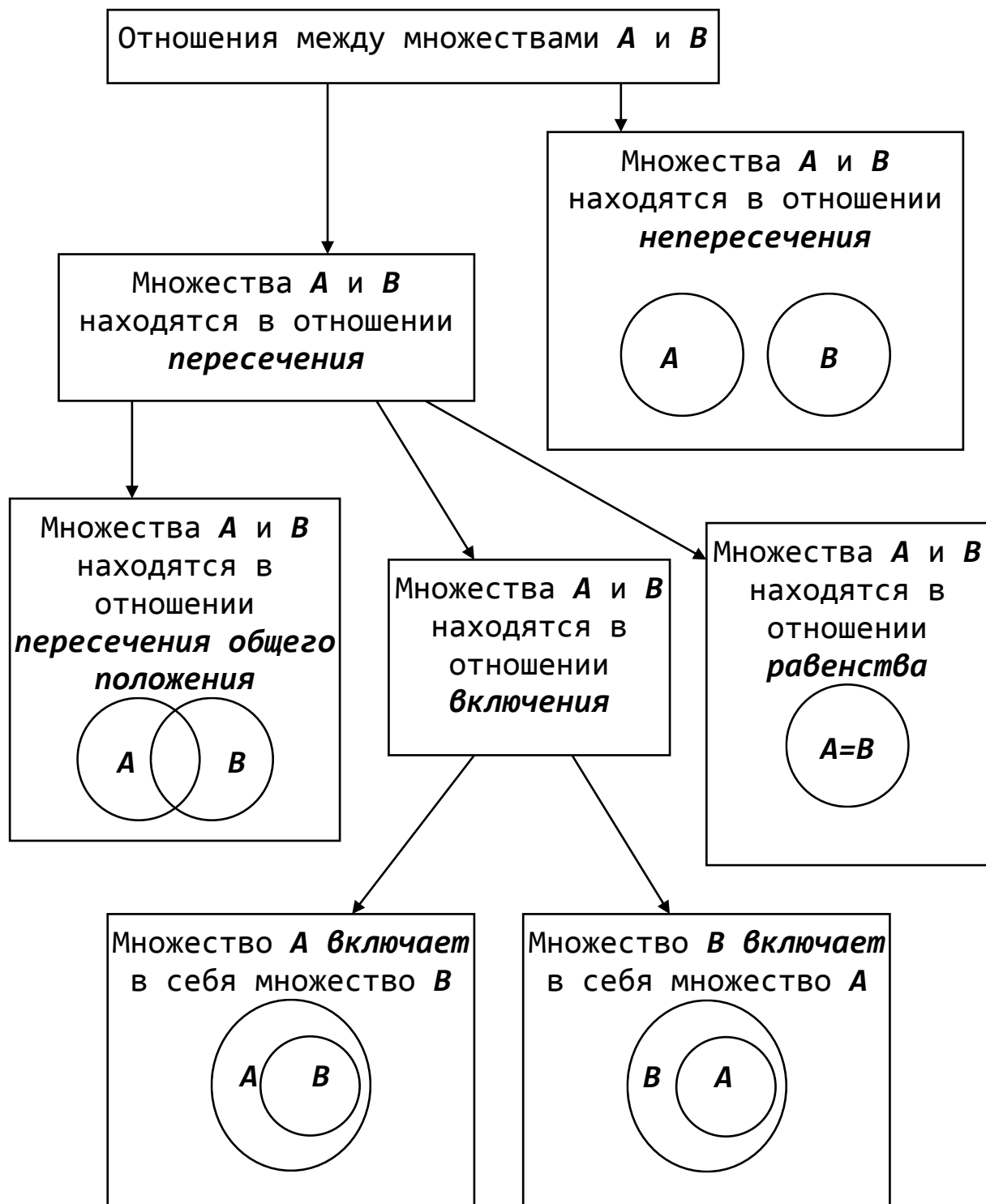
Два множества ***A*** и ***B*** *находятся в отношении равенства*, если каждый элемент ***A*** будет также являться элементом ***B***, и каждый элемент множества ***B*** будет также являться элементом ***A***, т.е. $A \subset B$ и $B \subset A$.



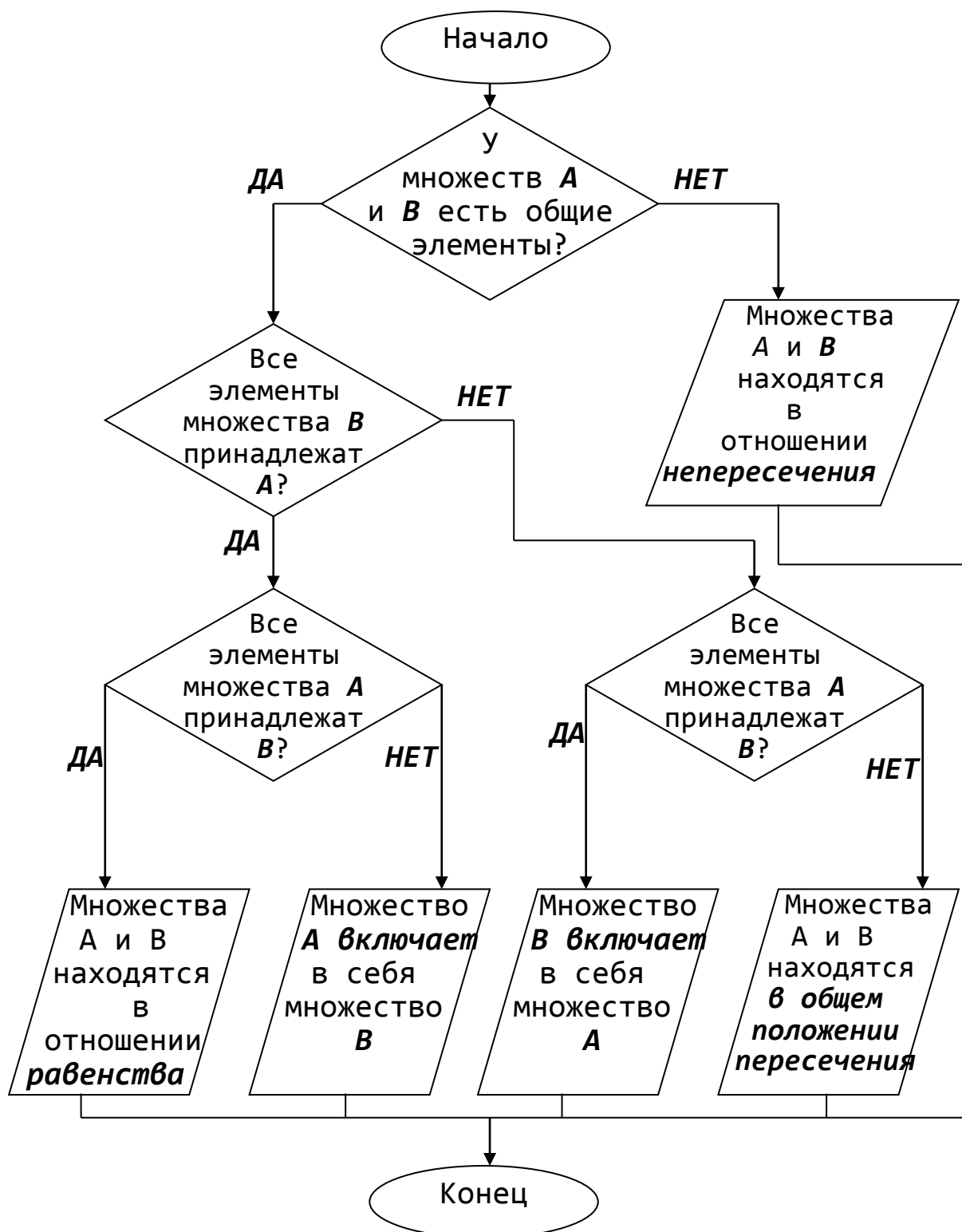
$$A = B \Leftrightarrow A \subset B \text{ и } B \subset A.$$

Например, $A = \{a, a \in \mathbb{N}, a < 6\}$, $B = \{b, b \in \mathbb{Z}, 1 \leq b \leq 5\}$.

Множества ***A*** и ***B*** равны, так как состоят из одних и тех же элементов: 1, 2, 3, 4, 5.



Алгоритм определения вида отношения между двумя множествами A и B



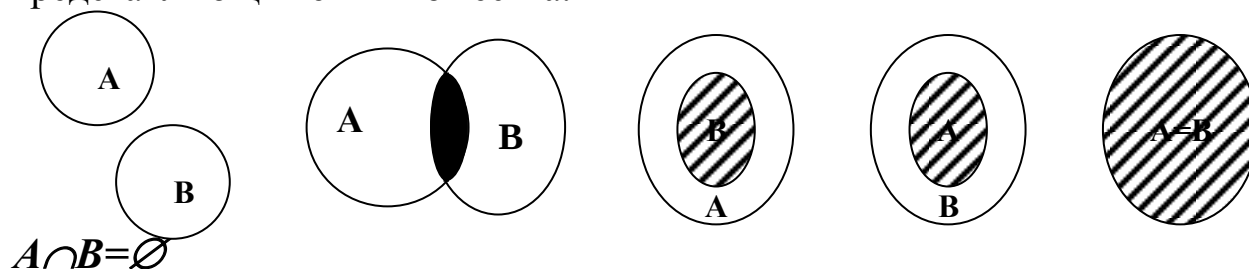
2. ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

Над множествами, как и над многими другими математическими объектами, можно совершать различные операции. В результате операций из исходных множеств получаются новые. Операции бывают **бинарные** (которые выполняются над двумя множествами) **и унарные** (которые выполняются над одним множеством). К бинарным операциям относятся: пересечение, объединение, вычитание, симметрическая разность, декартово или прямое произведение и др. К унарным операциям можно отнести: нахождение мощности множества, разбиение множества и др. Рассмотрим основные из них.

2.1. Пересечением множеств A и B называется множество, содержащее все элементы, которые принадлежат множеству A **и** множеству B одновременно.

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\}.$$

На диаграммах Эйлера — Венна результат операций пересечения множеств изображается как общая часть геометрических фигур, представляющих эти множества.



Процесс нахождения множества $A \cap B$ называется **операцией пересечения**.

Операцию пересечения можно выполнить над любыми множествами, вне зависимости от того, в каких отношениях находятся сами множества, т. е. пересечение любых множеств всегда существует и единственно.

Рассмотрим пример.

A – множество однозначных натуральных чисел, кратных 3.

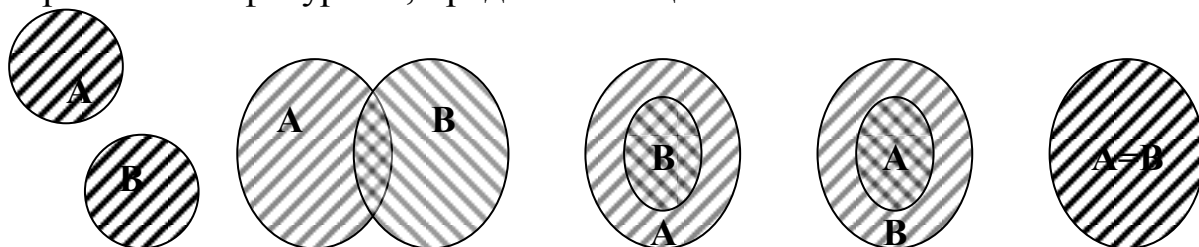
$$B = \{1, 3, 5, 9, 11\}$$

$$A \cap B = \{3, 9\}$$

2.2. Объединением множеств A и B называется множество, содержащее все элементы, которые принадлежат множеству A **или** множеству B .

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ или } x \in B\}.$$

На диаграммах Эйлера — Венна результат операций объединения множеств изображается как часть плоскости, занимаемая геометрическими фигурами, представляющими эти множества.



Процесс нахождения множества $A \cup B$ называется **операцией объединения**.

Операцию объединения можно выполнить над любыми множествами, вне зависимости от того, в каких отношениях находятся сами множества, т. е. объединение любых множеств всегда существует и единственно.

Рассмотрим пример.

A – множество однозначных натуральных чисел, кратных 3.

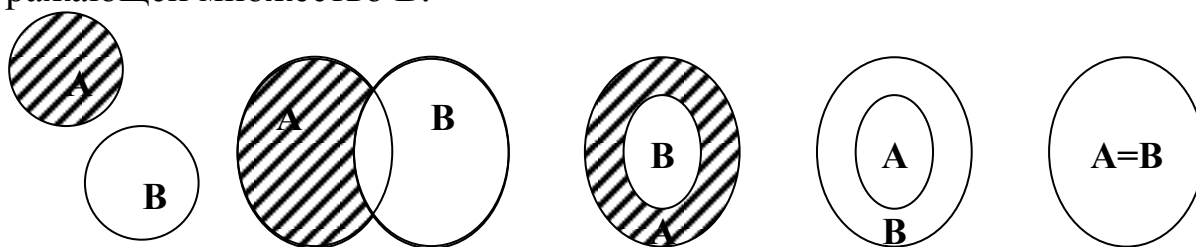
$B = \{1, 3, 5, 9, 11\}$

$A \cup B = \{1, 3, 5, 6, 9, 11\}$

2.3. Разностью множеств A и B называется множество, содержащее все элементы, которые принадлежат множеству A и не принадлежат множеству B .

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \notin B\}.$$

На диаграммах Эйлера — Венна результат операций вычитания множества B из множества A изображается как часть геометрической фигуры, представляющей множество A после удаления фигуры, изображающей множество B .



Процесс нахождения множества $A \setminus B$ называется **операцией вычитания**.

Операцию вычитания можно выполнить над любыми множествами, вне зависимости от того, в каких отношениях находятся сами множества, т. е. разность любых множеств всегда существует и единственна.

Пример 1.

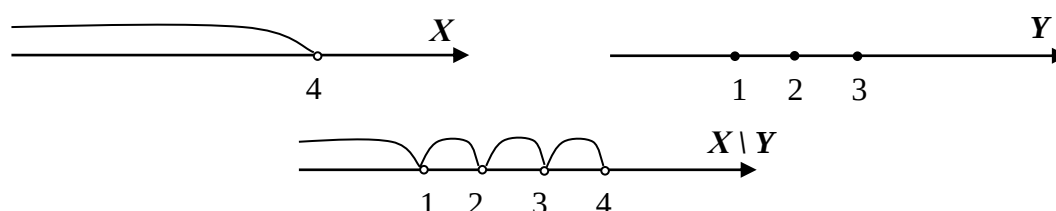
A – множество однозначных натуральных чисел, кратных 3.

$$B = \{1, 3, 5, 9, 11\}$$

$$A \setminus B = \{6\}, B \setminus A = \{1, 5, 11\},$$

Пример 2.

$X = \{x, x \in \mathbb{R}, x < 4\}$, $Y = \{x, x \in \mathbb{N}, x < 4\}$. Найдём $X \setminus Y$. Изобразим их на координатной прямой.



В этом случае $X \setminus Y$ записывается как объединение непересекающихся множеств $X \setminus Y = (-\infty, 1) \cup (1, 2) \cup (2, 3) \cup (3, 4)$

Если $B \subset A$, то **дополнением** множества B до множества A называется множество, содержащее все элементы множества A , которые не принадлежат множеству B .

$$B'_A = \{x \mid x \in A \text{ и } x \notin B\}.$$

Рассмотрим пример.

$$A = \{1, 3, 5, 9, 11, 13, 17, 37\}, B = \{1, 3, 5, 9, 11\},$$

$$B'_A = \{13, 17, 37\}.$$

2.4. Симметрическая разность двух множеств — это множество, включающее все элементы исходных множеств, не принадлежащие одновременно обоим исходным множествам. Другими словами, если есть два множества A и B , их симметрическая разность есть объединение элементов A , не входящих в B , с элементами B , не входящими в A . На письме для обозначения симметрической разности множеств A и B используется обозначение $A \Delta B$.

Симметрическую разность можно ввести двумя способами:

♥ симметрическая разность двух заданных множеств A и B — это такое множество $A \Delta B$, куда входят все те элементы первого множества, которые не входят во второе множество, а, также те

элементы второго множества, которые не входят в первое множество:
 $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$.

♥ симметрическая разность двух заданных множеств A и B — это такое множество $A \Delta B$, куда входят все те элементы обоих множеств, которые не являются общими для двух заданных множеств.

$$A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B).$$

Понятие симметрической разности можно обобщить на число множеств, большее двух.

Пример. $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$. $A \Delta B = \{1, 2, 5, 6\}$
 $A \setminus B = \{1, 2\}$, $B \setminus A = \{5, 6\}$, $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = \{1, 2, 5, 6\}$.
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A \cap B = \{3, 4\}$, $A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B) = \{1, 2, 5, 6\}$

Приоритет выполнения операций

Сначала выполняются операции дополнения и пересечения, а затем объединения и разности, которые имеют одинаковый приоритет и выполняются в порядке записи. Симметрическая разность рассматривается как комбинация операций объединения, вычитания и пересечения. Последовательность выполнения операций может быть изменена скобками.

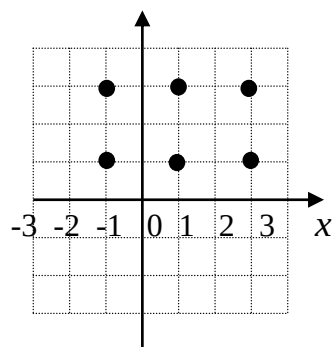
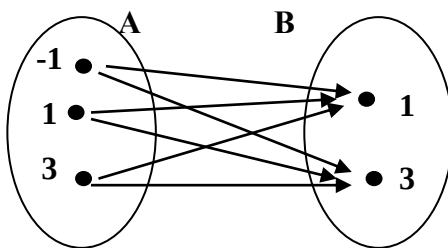
2.5. Декартовым произведением множеств A и B называется множество всех пар, первая компонента которых принадлежит множеству A , а вторая компонента принадлежит множеству B .

$$A \times B = \{(x; y) \mid x \in A \text{ и } y \in B\}$$

Если множества A и B конечны, то декартово произведение этих множеств можно изобразить при помощи графа и таблицы, а декартово произведение любых числовых множеств удобно изобразить на координатной плоскости.

Например, декартово произведение множеств $A = \{3, 5, 7\}$ и $B = \{2, 4\}$ можно представить следующим образом:

A \ B	1	3
-1	$(-1, 1)$	$(-1, 3)$
1	$(1, 1)$	$(1, 3)$
3	$(3, 1)$	$(3, 3)$



На рисунках изображены декартовы произведения множеств A и B :

- 1) $A = \{-3, -2, -1\}$, $B = (-2; +\infty)$; рис. 1.
- 2) $A = \{1, 2\}$, $B = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$; рис. 2.
- 3) $A = [-2; 3]$, $B = \{1, 2, 3\}$; рис. 3.
- 4) $A = (-\infty; 4]$, $B = [-2; 2]$; рис. 4.
- 5) $A = [-1; 3]$, $B = (-2; 3]$; рис. 5.
- 6) $A = [-2; 3]$, $B = [-2; 3]$; рис. 6.

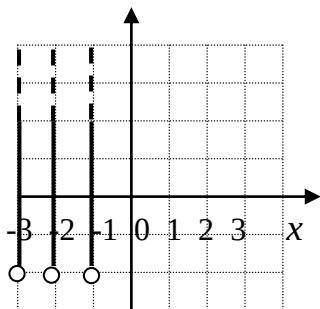


рис.1

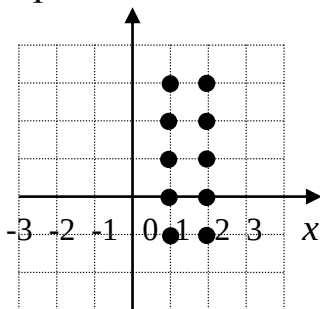


рис.2

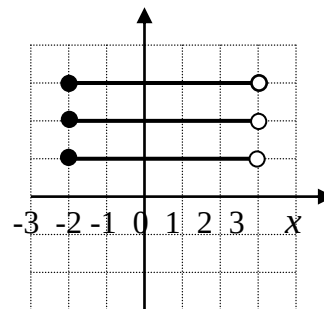


рис.3

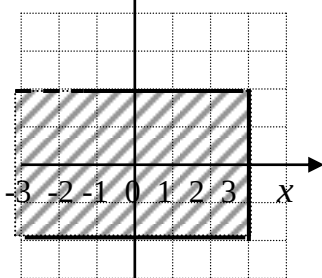


рис.4.

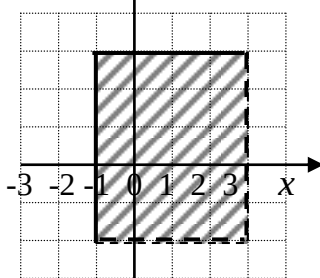


рис.5

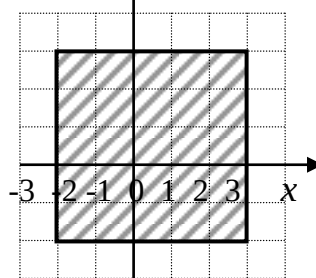


рис.6

Разбиение множества на классы. Классификация

Классификация – это действие распределения объектов по классам на основании сходств внутри класса и их отличия от других объектов. Классификация широко применяется в математике.

Считают, что множество X разбито на классы $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$, если:

- 1) подмножества $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ попарно не пересекаются;
- 2) объединение подмножеств $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ совпадает с множеством X .

Например: а) Множество треугольников разбито на три класса: остроугольные, прямоугольные и тупоугольные. Действительно, выделенные подмножества попарно не пересекаются, а их объединение совпадает с множеством всех треугольников.

б) Из множества треугольников выделили подмножества равнобедренных, равносторонних и разносторонних треугольников.

Так как множества равнобедренных и равносторонних треугольников пересекаются, значит, не выполнено первое условие классификации, и разбиения множества треугольников на классы мы не получили.

Разбить множества на два класса можно выделив собственное подмножество. Такое разбиение называется **дихотомическим**.

Пример 1	Дихотомическое разбиение на классы A – множество натуральных чисел. B – множество четных натуральных чисел. Выделив из множества A подмножество B, мы произвели разбиение множества A на два класса: B и $A \setminus B$ (множество нечетных натуральных чисел)	
Пример 2	$A = N$ $B = \{x, x \in N, x < 5\}$ $C = \{x, x \in N, x > 10\}$ Произошло разбиение на три класса: 1 класс: $B = \{x, x \in N, x < 5\}$ 2 класс: $C = \{x, x \in N, x > 10\}$ 3 класс: $A \setminus (B \cup C) = \{x, x \in N, 5 \leq x \leq 10\}$	
Пример 3	$A = N$ $B = \{x, x \in N, x < 30\}$ $C = \{x, x \in N, x < 10\}$ Произошло разбиение на три класса: 1 класс: $C = \{x, x \in N, x < 10\}$ 2 класс: $B \setminus C = \{x, x \in N, 10 \leq x < 30\}$ 3 класс: $A \setminus B = \{x, x \in N, x \geq 30\}$	
Пример 4	B – множество натуральных чисел кратных 2. C – множество натуральных чисел кратных 3. Произошло разбиение на четыре класса. 1 класс: $B \cap C$ – множество натуральных чисел кратных 6. 2 класс: $B \setminus C$ – множество натуральных чисел кратных 2, но не кратных 3. 3 класс: $C \setminus B$ – множество натуральных чисел кратных 3, но не кратных 2. 4 класс: $A \setminus (B \cup C)$ – множество натуральных чисел не кратных ни 2, ни 3.	

3. СВОЙСТВА ОПЕРАЦИЙ НАД МНОЖЕСТВАМИ

Свойства Операции	Коммутативность	Ассоциативность
Пересечение	① $A \cap B = B \cap A$	③ $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
Объединение	② $A \cup B = B \cup A$	④ $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
Вычитание	Не обладает	Не обладает
Симметрическая разность	⑤ $A \Delta B = B \Delta A$	⑥ $A \Delta (B \Delta C) = (A \Delta B) \Delta C$
Декартово произведение	Не обладает	Строго говоря, тождество ассоциативности $A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$ не имеет места, но в силу существования естественного взаимно однозначного соответствия между множествами $A \times (B \times C)$ и $(A \times B) \times C$ этим различием можно зачастую пренебречь

⑦ **Дистрибутивность** объединения множеств относительно пересечения $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

⑧ **Дистрибутивность** пересечения множеств относительно объединения $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

⑨ **Дистрибутивность** пересечения множеств относительно разности $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$.

⑩ **Дистрибутивность** пересечения множеств относительно симметрической разности: $A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$;

⑪ **Дистрибутивность** декартова произведения относительно объединения $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$.

⑫ **Дистрибутивность** декартова произведения относительно пересечения $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$.

⑬ **Дистрибутивность** декартова произведения относительно симметрической разности $A \times (B \Delta C) = (A \times B) \Delta (A \times C)$.

⑭ **Дистрибутивность** декартова произведения относительно вычитания множеств $A \times (B \setminus C) = (A \times B) \setminus (A \times C)$.

	Пересечение	Объединение	Вычитание	Симметрическая разность	Декартово произведение
А и $\emptyset$	⑮ $A \cap \emptyset = \emptyset$	⑯ $A \cup \emptyset = A$	⑰ $A \setminus \emptyset = A$ ⑱ $\emptyset \setminus A = \emptyset$	⑲ $A \Delta \emptyset = A$	⑳ $A \times \emptyset = \emptyset$
А и А	㉑ $A \cap A = A$	㉒ $A \cup A = A$	㉓ $A \setminus A = \emptyset$	㉔ $A \Delta A = \emptyset$	
А и A'	㉕ $A \cap A' = \emptyset$	㉖ $A \cup A' = U$	㉗ $A \setminus A' = A$	㉘ $A \Delta A' = U$	
Законы Де Моргана	㉙ $(A \cap B)' = A' \cup B'$	㉚ $(A \cup B)' = A' \cap B'$			

3.1. Доказательство свойств операций над множествами

Докажем дистрибутивный закон пересечения относительно объединения. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

Доказательство законов основывается на определении равных множеств: $A = B \Leftrightarrow A \subset B$ и $B \subset A$. То есть, для доказательства дистрибутивности пересечения множеств относительно объединения, требуется доказать включение левой части равенства в правую и правой в левую.

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \Leftrightarrow \begin{cases} \text{I. } A \cap (B \cup C) \subset (A \cap B) \cup (A \cap C) \\ \text{II. } (A \cap B) \cup (A \cap C) \subset A \cap (B \cup C) \end{cases}$$

I. Докажем первое включение.

$$\text{Пусть } x \in A \cap (B \cup C) \Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in (B \cup C) \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 1. \begin{cases} x \in A \\ x \in B \\ x \notin C \end{cases} \\ 2. \begin{cases} x \in A \\ x \notin B \\ x \in C \end{cases} \\ 3. \begin{cases} x \in A \\ x \in B \\ x \in C \end{cases} \end{array} \right.$$

$$1. \begin{cases} x \in A \\ x \in B \Rightarrow x \in A \cap B \Rightarrow x \in (A \cap B) \cup (A \cap C) \\ x \notin C \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x \in A \\ x \notin B \Rightarrow x \in A \cap C \Rightarrow x \in (A \cap B) \cup (A \cap C) \\ x \in C \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x \in A \\ x \in B \Rightarrow x \in A \cap B \text{ и } x \in A \cap C \Rightarrow x \in (A \cap B) \cup (A \cap C) \\ x \in C \end{cases}$$

Т. е. любой элемент x , принадлежащий $A \cap (B \cup C)$, принадлежит и множеству $(A \cap B) \cup (A \cap C)$, а это означает, что $A \cap (B \cup C) \subset (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

II. Докажем второе включение.

$$\text{Пусть } y \in (A \cap B) \cup (A \cap C) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 1. \begin{cases} y \in A \cap B \\ y \notin A \cap C \end{cases} \\ 2. \begin{cases} y \notin A \cap B \\ y \in A \cap C \end{cases} \\ 3. \begin{cases} y \in A \cap B \\ y \in A \cap C \end{cases} \end{array} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 1. \begin{cases} y \in A \\ y \in B \end{cases} \\ 2. \begin{cases} y \in A \\ y \in C \end{cases} \\ 3. \begin{cases} y \in A \\ y \in B \\ y \in C \end{cases} \end{array} \right.$$

$$1. \begin{cases} y \in A \\ y \in B \end{cases} \Rightarrow y \in A \text{ и } y \in B \cup C \Rightarrow y \in A \cap (B \cup C)$$

$$2. \begin{cases} y \in A \\ y \in C \end{cases} \Rightarrow y \in A \text{ и } y \in B \cup C \Rightarrow y \in A \cap (B \cup C)$$

$$3. \begin{cases} y \in A \\ y \in B \\ y \in C \end{cases} \Rightarrow y \in A \text{ и } y \in B \cup C \Rightarrow y \in A \cap (B \cup C)$$

Таким образом, любой элемент y , принадлежащий $(A \cap B) \cup (A \cap C)$, принадлежит и множеству $A \cap (B \cup C)$, а это означает, что $(A \cap B) \cup (A \cap C) \subset A \cap (B \cup C)$.

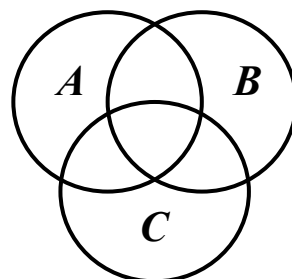
Из доказанных двух включений (I и II) следует, что $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

3.2. Иллюстрация свойств операций над множествами

Можно проиллюстрировать свойства операций над множествами с помощью кругов Эйлера. Для этого выбирают конкретное отношение между множествами. Устанавливают порядок действий в левой и правой частях равенства. И последовательно закрашиваются

области, соответствующие результатам действий. Если закрашенная область, соответствующая результату последнего действия в левой части равенства совпадает с закрашенной областью, соответствующей результату последнего действия в правой части равенства, то можно говорить, что рассматриваемый закон выполняется для конкретного отношения между множествами.

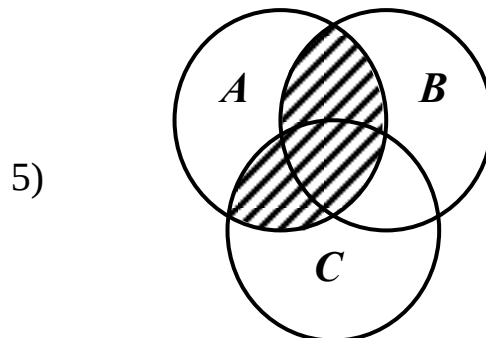
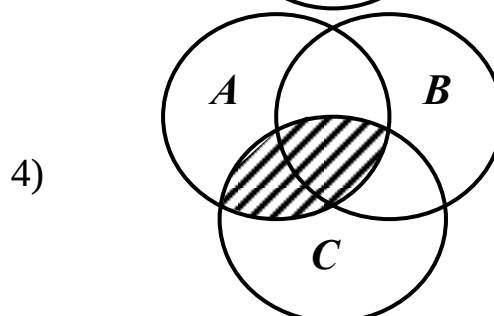
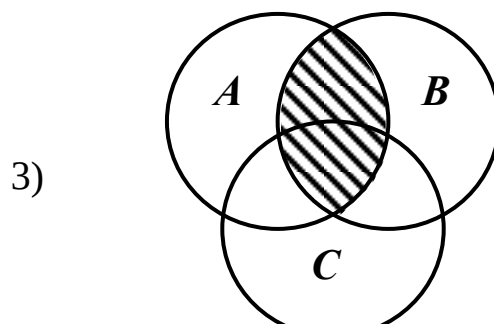
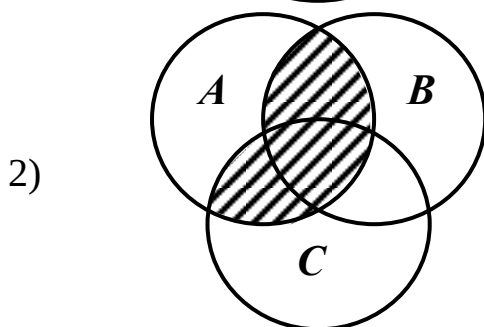
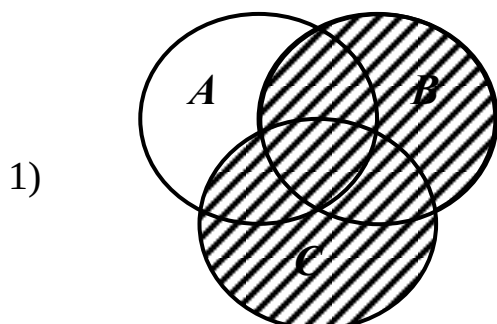
Проиллюстрируем на кругах Эйлера этот же дистрибутивный закон пересечения относительно объединения $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ для следующего отношения между множествами A, B и C.



1. Укажем последовательность действий в левой и правой частях

равенства: $\overset{2}{A} \cap \overset{1}{(B \cup C)} = \overset{3}{(A \cap B)} \cup \overset{5}{(A \cap C)}$

2. Закрасим на кругах Эйлера области, соответствующие результатам операций над множествами:



Так как закрашенные области на кругах Эйлера, являющиеся результатами действий 2) и 5) совпадают, то можно говорить о том, что для рассматриваемого отношения между множествами **A**, **B** и **C** свойство дистрибутивности пересечения относительно объединения выполняется.

УПРАЖНЕНИЯ

1

Изобразите элементы множеств на числовой прямой.

$$A_1 = \{x, x \in N, x < 4\}$$

$$A_2 = \{-3, -1, 1, 3\}$$

$$A_3 = \{x, x \in Z, -3 \leq x < 5\}$$

$$A_4 = \{x, x \in Z, x < 3\}$$

$$A_5 = \{x, x \in R, x < 0\}$$

$$A_6 = \{x, x \in R, x \geq -2\}$$

$$A_7 = \{x, x \in R, -5 \leq x < 4\}$$

A_8 - множество целых корней уравнения:
 $(x^2-4)(x+3)(2x-5)=0$

A_9 - множество действительных корней уравнения:
 $(x^2-3)(x^3+8)((2x+3)=0$

A_{10} - множество действительных решений неравенства: $(x-2)(x+5) < 0$

A_{11} - множество действительных решений неравенства: $x^2+x+3 > 0$

A_{12} - множество действительных решений неравенства: $2x^2-x+7 \leq 0$

A_{13} - множество действительных решений неравенства: $x^2+6x+9 \leq 0$

A_{14} - множество целых решений неравенства: $|2x-3| < 5$

A_{15} - множество действительных решений неравенства: $|x^2+5x+1| > 3$

A_{16} - множество действительных решений неравенства: $\frac{6x+187-x^2}{\sqrt{x^2-12x-89}} > 0$

A_{17} - множество целых решений неравенства: $\frac{x-2}{x+5} > \frac{x}{3}$

2

Укажите характеристическое свойство множеств

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$B = \{m, a, p, t\}$$

$$C = \{12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78, 84, 90, 96\}$$

$$D = \{+, -, :, \cdot\}$$

3

Задайте множества перечислением элементов

$$1) A_1 = \{x, x \in N, x < 7\}$$

$$2) A_2 = \{x, x \in Z, -3 \leq x < 4\}$$

- 3) $A_3 = \{x, x \in \mathbb{Z}, |x| < 4\}$
- 4) $A_4 = \{x, x \in \mathbb{N}, |x| < 4\}$
- 5) A_5 – множество нечетных однозначных натуральных чисел.
- 6) A_6 – множество однозначных целых чисел, кратных 3.
- 7) A_7 – множество двузначных натуральных чисел, кратных 11.
- 8) $A_8 = \{x, x \in \mathbb{N}, 3 \leq x < 7\}$
- 9) $A_9 = \{x, x \in \mathbb{R}, (x+4) \cdot (x^2-2)^2 = 0\}$
- 10) $A_{10} = \{x, x \in \mathbb{N}_0, x < 5\}$
- 11) $A_{11} = \{x, x \in \mathbb{N}, x \leq 5\}$
- 12) A_{12} – множество нечетных натуральных чисел, меньших 15.
- 13) A_{13} – множество отрицательных целых чисел, больших -6.
- 14) $A_{14} = \{x, x \in \mathbb{Z}, -8 \leq x < -2\}$
- 15) $A_{15} = \{x, x \in \mathbb{R}, (x^3+1) \cdot (x^2-16) = 0\}$

4

Задайте множества указанием характеристического свойства.

- | | |
|------------------------------------|--|
| 1. $B_1 = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ | 11. $B_{11} = \{-2, -4, -6, -8\}$ |
| 2. $B_2 = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ | 12. $B_{12} = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ |
| 3. $B_3 = \{3, 6, 9, 12\}$ | 13. $B_{13} = \{-7, -6, -5, -4, -3, -2\}$ |
| 4. $B_4 = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ | 14. $B_{14} = \{2, 3, 5, 7\}$ |
| 5. $B_5 = \{-1, -2, -3, -4\}$ | 15. $B_{15} = \{100, 200, 300, 400, 500\}$ |
| 6. $B_6 = \{-1, -3, -5, -7, -9\}$ | 16. $B_{16} = \{-11, -22, -33, -44, -55\}$ |
| 7. $B_7 = \{10, 20, 30, 40, 50\}$ | 17. $B_{17} = \{6, 12, 18, 24, 30\}$ |
| 8. $B_8 = \{22, 44, 66, 88\}$ | 18. $B_{18} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ |
| 9. $B_9 = \{-3, -6, -9\}$ | 19. $B_{19} = \{-1, -2, -3, -6, -9, -18\}$ |
| 10. $B_{10} = \{2, 4, 8, 16, 32\}$ | 20. $B_{20} = \{1, 4, 7, 10\}$ |

5

Среди указанных множеств выберите конечные и задайте их перечислением элементов.

A – множество целых решений уравнения $2x+3=0$

B – множество целых чисел, меньших 3

C – множество натуральных чисел, меньших 4

D – множество квадратов, со стороной 5 см

E – множество действительных решений уравнения: $x^2 = 5\sqrt{x^2 - 2} - 4$

6

Выясните, в каких отношениях находятся множества А и В. Проиллюстрируйте эти отношения, используя круги Эйлера.

- | | |
|--|--|
| <p>а) $A = \{a, в, г\}$,
 B – множество букв слова
 «сапог»</p> | <p>B – множество решений
 неравенства
 $10^{-x-1,5} - 10^{1-2x} > 0$</p> |
| <p>б) $A = \{x, x \in Z, x < 4\}$,
 $B = \{x, x \in R, x \geq 3,5\}$</p> | <p>е) A – множество решений
 уравнения
 $\sqrt{x^2 - 5x + 8} = x + 1$
 B – множество решений
 уравнения $5^{x+1} - 5^{x-1} = 24$</p> |
| <p>в) A – множество окружностей,
 радиус которых равен 2 см
 B – множество окружностей,
 радиус которых равен 6 см</p> | <p>ж) A – множество
 тригонометрических
 функций
 B – множество четных функций</p> |
| <p>г) A – множество уравнений,
 имеющих один
 действительный корень
 B – множество квадратных
 уравнений</p> | <p>з) C – множество
 равнобедренных треугольников
 D – множество правильных
 треугольников
 E – множество
 тупоугольных треугольников</p> |
| <p>д) A – множество решений
 уравнения $3^{2x-1} + 3^{2x-2} - 3^{2x-4} = 315$</p> | |

7

Проанализируйте с точки зрения теории множеств задачи:

а) На клумбе расцвели 15 красных и 12 розовых астр, а белых столько, сколько красных и розовых вместе. Сколько белых астр расцвело на клумбе?

б) В школьной столовой было 6 столов, поставили ещё 4 новых стола, а 2 старых убрали. Сколько столов стало в столовой?

в) В колхозе было 8 тракторов. Купили ещё 2 новых трактора, а 1 трактор передали школе для обучения старшеклассников. Сколько тракторов стало в колхозе?

В каком отношении находятся множества, о которых идёт речь в задачах?

8

Задайте множества $A \cup B$; $A \cap B$; $A \setminus B$, если A - множество окружностей, радиус которых равен 3 см. B - множество окружностей, радиус которых равен 5 см.

9

Задайте множества $X \setminus Y$; $Y \setminus X$; $X \cap Y$; $X \cup Y$; $X \times Y$, если

X – множество решений неравенства $x^2(x+3)(x-4) < 0$, а

Y – множество решений неравенства $\frac{1}{x} < 4$.

10

Сформулируйте характеристические свойства множеств $M \cup N$, $M \cap N$, $M \setminus N$, где M – множество уравнений, имеющих два действительных корня, N – множество квадратных уравнений.

11

X – множество числовых выражений, имеющих смысл на множестве N . Y – множество числовых выражений, имеющих смысл на множестве Z . Сформулируйте характеристическое свойство следующих множеств: $X \cup Y$; $X \cap Y$; $X \setminus Y$; $Y \setminus X$.

12

Задайте множества $A \cup B$, $A \cup C$, $B \cup C$, $A \cap B$, $A \cap C$, $B \cap C$, $A \setminus B$, $A \setminus C$, $B \setminus A$, $A \cap B \cap C$, $(A \cup C) \cap (A \setminus B)$, $A \Delta B$, $A \Delta C$, $B \Delta C$, $A \setminus (B \Delta C)$, $B \cup (A \Delta C)$, $C \Delta (A \cup B)$, $(C \cup B) \cap (C \Delta A)$, $(A \cup C) \cap (C \Delta A)$, $(A \cup B) \cap (C \Delta B)$, $B \setminus A$, $B \setminus C$, $C \setminus A$, $C \setminus B$, $(A \setminus B) \cap (C \setminus B)$, $A \cup B \cap C$, $A \cap B \cup C$, $A \times B$, $A \times C$, $B \times C$, $B \times A$, $C \times A$, $C \times B$, $(A \times C) \setminus (A \times B)$, $(A \times B) \cap (C \times A)$, $(B \cap C) \times A$, $(A \times B) \cup (B \times C)$

а) A – множество целых чисел, кратных 5

$$B = \{x, x \in \mathbb{Z}, x \leq 5\}$$

$$C = \{x, x \in \mathbb{R}, x < 4\}$$

б) A – множество отрицательных целых чисел, кратных 5

$$B = \left\{ x, x \in R, -3\frac{1}{3} \leq x < 4,5 \right\}$$

$$C = \{x, x \in Z, -7 < x < 1\}$$

$$A = \{x, x \in R, 0 < x \leq 7\}$$

в) $B = \{x, x \in Z, -4 \leq x < 1\}$

$$C = \{x, x \in N, x < 5\}$$

$$A = \{x, x \in N, x < 4\}$$

г) $B = \{x, x \in Z, -10 < x \leq -4\}$

$$C = \{x, x \in R, x < -4,3\}$$

$$A = \{x, x \in R, -3 < x < 5\}$$

д) $B = \{x, x \in Z, x \leq 2\}$

$$C = \{x, x \in N, (x-2,5)(x-4)(x+5)=0\}$$

$$A = \{x, x \in Z, x < 5\}$$

е) $B = \{x, x \in R, 0 \leq x < 9\}$

$$C = \{x, x \in R, (x^2 - 2)(x^3 + 8) = 0\}$$

13

A – множество окружностей плоскости, радиус которых равен 3.

B – множество окружностей плоскости, радиус которых равен 5.

Задайте множества: $A \Delta B$, $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$.

14

X – множество решений неравенства $x^2(x+3)(x-4) < 0$

Y – множество решений неравенства $\frac{1}{x} < 4$

Задайте множества: $X \setminus Y$, $Y \setminus X$, $X \cap Y$, $X \cup Y$, $X \times Y$.

15

M – множество уравнений, имеющих два действительных корня

N – множество квадратных уравнений

Сформулируйте характеристическое свойство множеств:
 $M \cup N, M \cap N, M \setminus N$.

16

$$A = \{(x, y), x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}, y \geq x+1\}$$

$$B = \{(x, y), x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}, y \geq x^2 - 2\}$$

$$C = \{(x, y), x \in \mathbb{R}, 0 \leq x < 3, y \in \mathbb{R}\}$$

Найдите $A \cup B, A \cup C, B \cup C, A \Delta B, A \Delta C, B \Delta C, A \cap B, A \cap C, B \cap C, A \cup B \setminus C, B \cap C \setminus A, (C \setminus A) \cap B$.

Для каждого случая сделайте чертёж.

17

A – множество многоугольников

B – множество прямоугольных треугольников

C – множество равнобедренных треугольников

D – множество ромбов

E – множество прямоугольников

F – множество параллелограммов

Постройте круги Эйлера для данных множеств. Укажите характеристическое свойство элементов множеств а) $E' \cap B \cap C$, б) $C \setminus B \cup D \cap E$, в) $D \setminus E \cup B$, г) $(E \cup F)'$ и отметьте штриховой линией области, изображающие эти множества.

18

Задайте множества $A \cup B; A \cap B; A \setminus B, A \Delta B$ если

а) A – множество решений уравнений $x^2 + y = y^2 + x$

B – множество решений уравнений $y^2 + x = 6$

б) A – множество решений уравнений $xy - \frac{x}{y} = \frac{16}{3}$

B – множество решений уравнений $xy - \frac{y}{x} = \frac{9}{2}$

в) A – множество решений уравнений $|2x + 3y| = 5$

B – множество решений уравнений $|2x + 3y| = 1$

19

Проиллюстрируйте ассоциативные законы объединения и пересечения для следующих случаев отношений между множествами:

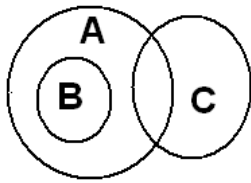


рис.7

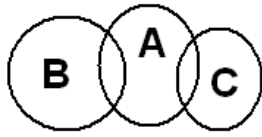


рис.8

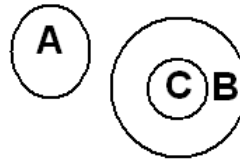


рис.9

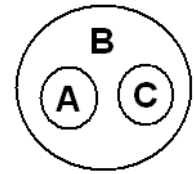


рис.10

20

Проиллюстрируйте дистрибутивный закон объединения относительно пересечения для следующих случаев отношений между множествами:

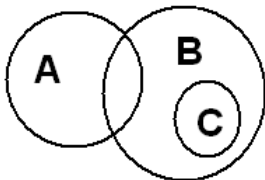


рис.11

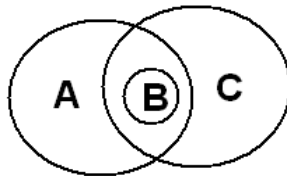


рис.12

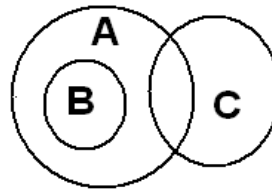


рис.13.

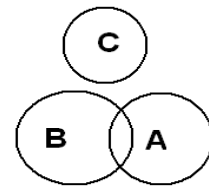


рис.14

21

Изобразите на кругах Эйлера отношения между множествами.

а) $A = \{x, x \in \mathbb{R}, x \leq 5\}$, $B = \{x, x \in \mathbb{R}, -10 \leq x \leq 10\}$, $C = \{x, x \in \mathbb{Z}, -3 \leq x \leq 4\}$

б) A – множество прямоугольных треугольников
 B – множество остроугольных треугольников
 C – множество равносторонних треугольников

в) A – область определения функции $y = \sqrt{x^2 + 2x + 5}$
 B – множество решений неравенства $3x - x^2 - 4 \geq 5 - 3x$
 C – множество решений неравенства $\log_{1/3}(\frac{x}{3} + 7) > 0$

г) A – множество окружностей плоскости
 B – множество прямоугольников плоскости
 C – множество ромбов плоскости

д) A – множество прямых плоскости, параллельных прямой $y = x$
 B – множество прямых плоскости, параллельных прямой $y = 2 - x$
 C – множество прямых плоскости, параллельных прямой $x = 2$.

е) A – область определения функции $y = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$

B – область определения функции $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4}} + \sqrt{x^2 - 16}$

C – область определения функции $y = \frac{1}{x - 8}$.

ж) A – множество прямых плоскости, параллельных прямой $y = x + 2$

B – множество прямых плоскости, параллельных прямой $y = 3x + 1$

C – множество прямых плоскости, параллельных прямой $x = 5$

D – множество прямых плоскости, параллельных прямой $y = x - 2$.

з) A – множество треугольников плоскости

B – множество четырёхугольников плоскости

C – множество трапеций

D – множество параллелограммов

E – множество квадратов

F – множество прямоугольников

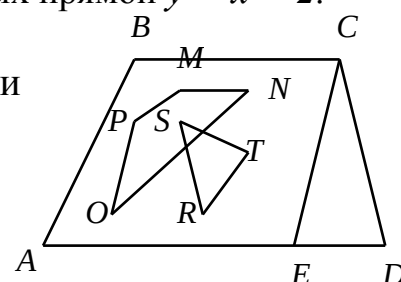


рис. 15

и) A_1 – множество точек плоскости, лежащих на сторонах многоугольника ABCD (рис. 15).

A_2 – множество точек плоскости, лежащих на сторонах многоугольника OPMN (рис. 15).

A_3 – множество точек плоскости, лежащих на сторонах многоугольника RST (рис. 15).

A_4 – множество точек плоскости, лежащих на сторонах многоугольника CDE (рис. 15).

к) A – множество натуральных делителей числа 36.

B – множество четных чисел.

C – множество простых чисел, меньших 3.

D – множество общих делителей числа 24, 72, 96.

E – множество отрицательных целых чисел.

л) A – множество всех точек плоскости, ордината которых больше 2

B – множество всех точек плоскости, абсцисса которых больше 3

C – множество всех точек плоскости, абсцисса которых равна -1

D – множество всех точек плоскости, координаты которых удовлетворяют условию $y = x$.

м) A – множество натуральных делителей числа 36.

В – множество четных чисел

С – множество простых чисел, меньших 3

Д – множество общих делителей чисел: 24, 72, 96

Е – множество отрицательных целых чисел

- н) А – множество всех точек плоскости, ордината которых больше 2
 В – множество всех точек плоскости, абсцисса которых больше 3
 С – множество всех точек плоскости, абсцисса которых равна -1
 Д – множество всех точек плоскости, координаты которых удовлетворяют условию $y=x$

о) А – множество точек плоскости, координаты которых удовлетворяют

условию: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$

В – множество точек плоскости, координаты которых удовлетворяют

условию: $\begin{cases} x \leq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$

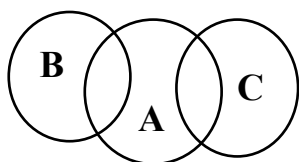
С – множество точек плоскости, координаты которых удовлетворяют

условию: $y = -2x$.

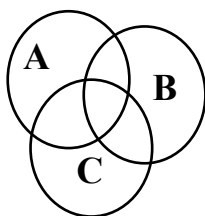
22

Проиллюстрируйте на кругах Эйлера истинность закона дистрибутивности пересечения относительно симметрической разности для следующих отношений между множествами А, В и С:

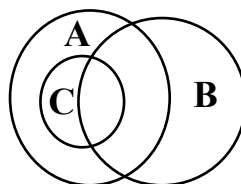
В-1



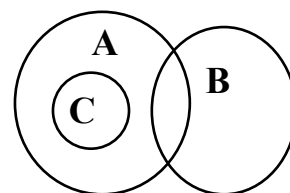
В-2



В-3

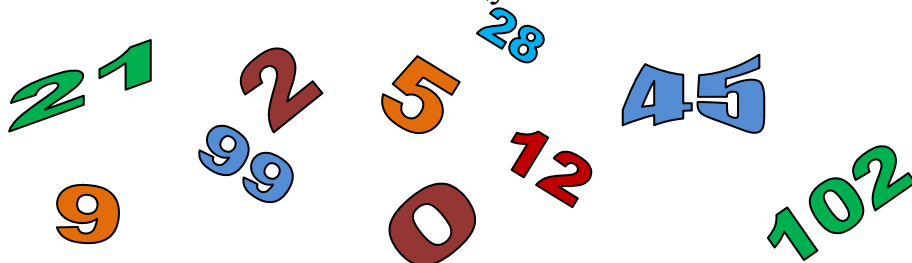


В-4



23

Запиши числа в таблицу.



ЧИСЛА	Однозначные	Двузначные
-------	-------------	------------

В записи есть цифра 2		
В записи нет цифры 2		

Какие числа не попали в таблицу? На какие классы произошло разбиение? Назови и запиши каждый класс.

Контрольная работа

1. Изобразите на координатной прямой элементы множества А.

В-1. А – множество нечетных однозначных отрицательных чисел.

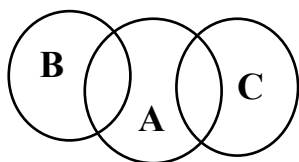
В-2. А – множество простых однозначных чисел.

В-3. А – множество натуральных делителей числа 12.

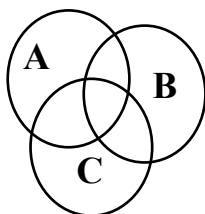
В-4. А – множество четных натуральных однозначных чисел.

2. Проиллюстрируйте на кругах Эйлера истинность закона дистрибутивности пересечения относительно объединения для следующих отношений между множествами А, В и С:

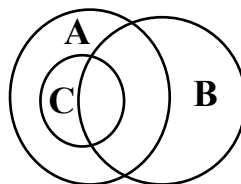
В-1



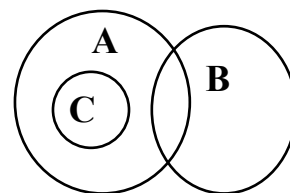
В-2



В-3



В-4



3. Изобразите при помощи кругов Эйлера отношения между множествами А, В и С. Укажите характеристическое свойство элементов множества $(B \cup A) \setminus C \cap B$.

В-1

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{R}, x > 3\frac{1}{4}\}$$

$$B = \{x \mid x \in \mathbb{R}, -5 \leq x \leq 4,8\}$$

$$C = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, |x| \leq 4\}$$

В-2

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{R}, x \leq 0\}$$

$$B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 9\}$$

$$C = \{x \mid x \in \mathbb{R}, -3 \leq x < 5\frac{1}{3}\}$$

В-3

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{R}, |x| < 2\}$$

$$B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 5\}$$

$$C = \{x \mid x \in \mathbb{N}_0, x \leq 7\}$$

В-4

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{R}, |x| < 2\}$$

$$B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -2x \leq 8\}$$

$$C = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 5\}$$

4. Изобразите на координатной плоскости элементы декартова произведения множеств:

В-1: а) А и С; б) $(A \times B) \cap (C \times A)$;

В-2: а) С и В б) $(A \times B) \cap (A \times C)$;

В-3: а) В и А; б) $(A \times C) \cap (B \times C)$;

В-4: а) В и В; б) $(B \times A) \cap (C \times B)$.

Множества А, В и С заданы в задании №3.

5. Выделите во множестве натуральных чисел подмножества так, чтобы произошло разбиение на: два класса; три класса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Александрова Э.И. Математика: Учебники для 1–4 класса начальной школы (Система Д.Б. Эльконина – В.В. Давыдова). – М.: Вита-Пресс, 2005.
2. Андронов И.К., Окунев А.К. Арифметика рациональных чисел. /Пособие для учителей. – М., 1971.
3. Аргинская И.И. и др. Математика 1- 4 классы. – Самара: Корпорация «Федоров». – 2002.
4. Амадова Г.М. Математика: в 2 кн. Кн. 1: учеб. Пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / Г.М. Амадова, М.А. Амадов. – М.: Издательский центр «Академия», 2008. – 256 с.
5. Амадова Г.М. Математика: в 2 кн. Кн. 2 : учеб. Пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / Г.М. Амадова, М.А. Амадов. – М. : Издательский центр «Академия», 2008. – 240 с.
6. Демидова Т.Е., Козлова С.А., Тонких А.П. Моя математика. 1-4 класс (части 1 – 3). – М., 2005
7. Истомина Н.Б. Математика: учимся решать комбинаторные задачи (1-3 кл.)/ – Ассоциация XXI век, 2014.
8. Истомина Н.Б., Тихонова Н.Б. Математика и информатика: Учимся решать логические задачи (1-2, 3, 4 класс)/ Ассоциация XXI век, 2014.
9. Истомина Н.Б., Тихонова Н.Б. Информатика: рабочая тетрадь для общеобразовательных учреждений. 1-2 классы)/ Ассоциация XXI век, 2012. – 64 с.
10. Истомина Н.Б. Математика. (1-4 классы). – Смоленск: «Ассоциация 21 век», 2014.
11. Лаврова Н.Н., Стойлова Л.П. Задачник-практикум по математике: Учеб. пособие для студентов фак. педагогики и методики нач. обучения пед.институтов-М.: Просвещение, 1985
12. Математика: Учебно-методическое пособие для студентов педагогических вузов / Кулагина Т.В., Тихонова Н.Б. – Пенза, 2006. – 38с.
13. Моро М.И., Волкова С.И., Степанова С.В. Математика. 1–4 классы. – М.: Просвещение, 2009.
14. Открываю математику: Учебное пособие для 4-го класса. – М.:Просвещение:2005. – 224 с.
15. Петерсон Л.Г. Математика. Учебники для 1–4 классов. – М., 2000.
16. Стойлова Л.П. Математика: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб.заведений М.: Издательский центр «Академия», 2004. – 424 с.
17. Столяр А.А., Лельчук М.П. Математика. – Минск, 1975.
18. Столл Р. Р. Множества. Логика. Аксиоматические теории. — М.: Просвещение, 1968. — 232 с

19. Теоретические основы и технологии начального математического образования. Задания к практическим занятиям для студентов факультетов начального образования. – Санкт-Петербург. – Изд-во РГПУ им. А. И. Герцена, 2004. – 80 с.
20. Уравнения. Неравенства. Методическое руководство к решению задач: Учебно - методическое пособие для студентов факультета начального и специального образования /Составители: Т.В. Кулагина, Т.Х. Пономарева: ПГПУ им. В.Г. Белинского.– Пенза, 2010.
21. Учебные задания для комплексных самостоятельных работ по математике для студентов факультета начального специального образования: Учебно-методическое пособие для студентов факультета начального и специального образования. /Составители: Т.Х. Пономарева, Т.В. Кулагина. - ПГПУ им. В.Г. Белинского. – Пенза, 2011. – 48 с.
22. Чекин А.Л. Математика. Учебник. 1-4 класс. М.: Академкнига /Учебник, 2010

Учебно-методическое пособие

Элементы теории множеств

Составители:

Кулагина Татьяна Владимировна
Тихонова Наталья Борисовна

Редактор
Компьютерная верстка М.Б.Жучковой
Подписано в печать
Формат
Тираж

Издательство ПГУ.
440023, Пенза, Красная, 40.
Тел./факс: (8412)56-47-33; e-mail: iic@pnzgu.ru