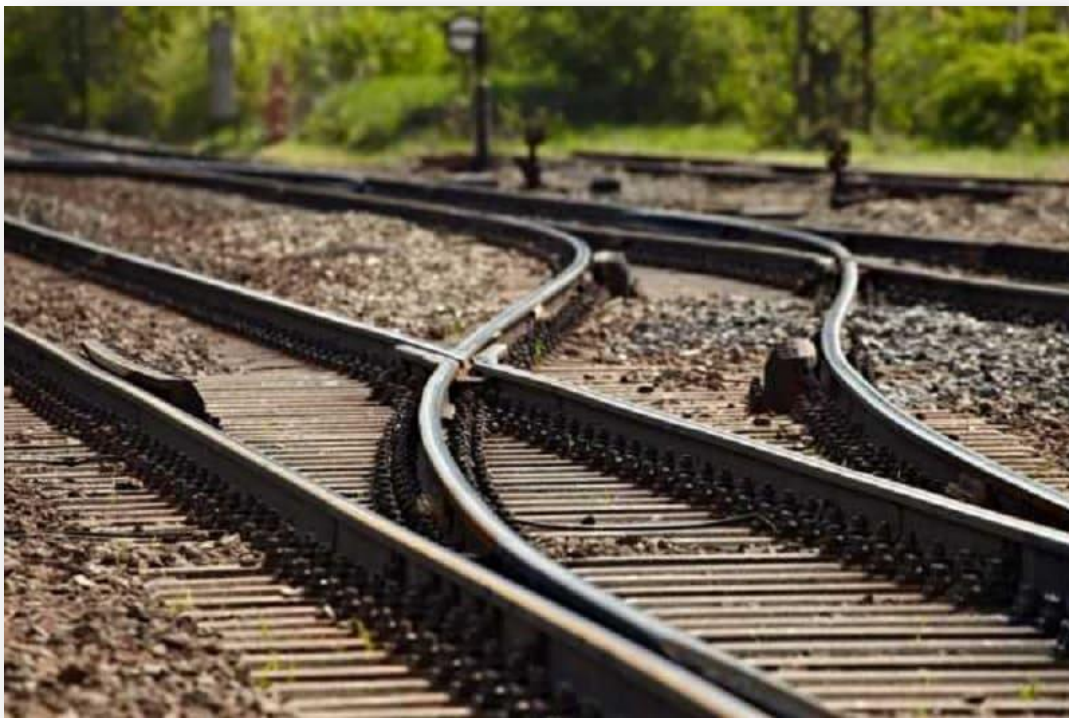


ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

ДЕФОРМАЦИЯ ИЗГИБА

Преподаватель Красин И.Г.

Во многих механизмах применяют детали, поверхность которых имеет определённый изгиб. Такую форму получают в результате механической обработки или с помощью специального оборудования. Во втором случае деформация изгиба производится механическим воздействием на заготовку. Возникающие в этом случае физические процессы в различных слоях детали подробно описаны в материаловедении.



Все металлы в своём нормальном агрегатном состоянии имеют кристаллическую решётку. Они разделены на четыре основных типа:

- базоцентрированная;
- объёмно-центрированная;
- гранцентрированная;
- простая или примитивная.

При деформации происходит пространственное изменение физического тела. Это может быть изменение объёма или формы. Каждый из типов решётки реагирует по-своему. В каждом слое металла происходят специфические сдвиги атомов решётки, что приводит к изменению физических и механических характеристик всей детали. Допустимые нагрузки и натяжения рассчитывают на основании разработанных методик, которые приведены в специальной дисциплине. Она называется сопромат (сопротивление материалов).

На основании принятой классификации виды деформации твёрдых тел подразделяются на следующие категории:

- изгиб;
- сдвиг;
- кручение;
- растяжение (или обратный процесс – сжатие).

В подавляющем большинстве случаев наблюдается проявление нескольких видов деформации. Наиболее распространёнными считаются: растяжение или сжатие, сдвиг со смещением всех слоёв физического объекта. Деформация происходит под влиянием внешних факторов на отдельные участки физического объекта. В зависимости от направления воздействия деформация может быть продольной или поперечной. Её подразделяют на две категории: упругую (обратимую) и необратимую. В первом случае в силу своих физических свойств после изгиба объект принимает первоначальную форму. Иногда такую деформацию называют пластической. Во втором случае он приобретает другую форму, которая образовывается в результате такого действия.

Основные понятия

Под изгибом детали понимают естественное или искусственное изменение формы. Этот процесс разделяется на две категории – плоский или косой. В первом случае ось детали сохраняет своё первоначальное положение, во втором происходит её изменение в горизонтальной или вертикальной плоскости.

Основным теоретическим положением, определяющим физические процессы, протекающие в результате изгиба, является закон Гука. Согласно ему величина деформации (изгиба), пропорциональна приложенной к этому телу силе. Для каждого из видов деформации разработан индивидуальный расчёт действующих характеристик.

Деформация изгиба

Деформация изгиба — вид деформации, при котором нарушается прямолинейность главной оси тела. Деформации изгиба испытывают все тела подвешенные на одной или нескольких опорах. Каждый материал способен воспринимать определенный уровень нагрузки, твердые тела в большинстве случаев способны выдерживать не только свой вес, но и заданную нагрузку. В зависимости от способа приложения нагрузки при изгибе различают чистый и косой изгиб.

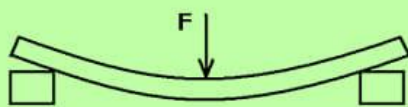


Схема изгиба образца



Оценка степени влияния действующих факторов на деформацию осуществляется с помощью следующих показателей:

- площади поверхности подверженной деформации;
- длины детали;
- силы, воздействующие на конструкцию;
- модуль упругости (его абсолютный показатель);
- величина и характер изменения модуля длины в результате упругой деформации.

Одним из важных параметров считается потенциальная энергия деформации при изгибе. На основании этих параметров производят определение модуля Юнга. С его помощью рассчитывают скорость распространения продольной волны. Величина механического напряжения, при которой деформация тела всё ещё будет упругой, а сам объект способен восстановить первоначальную форму после снятия нагрузки, называется пределом упругости. При превышении допустимого значения этого параметра тело начнёт разрушаться. Этот предел называется прочностью. При оценке прочностных показателей применяют следующие предположения:

1. О постоянстве нормальных напряжений. Она определяет постоянство расстояний при возникновении напряжений изгиба.
2. Плоскости сечений. Оно называется гипотезой Бернулли. Сечения детали в спокойном положении находятся в плоском состоянии. После деформации они сохраняют первоначальную форму, но разворачиваются относительно некоторой линии. Она называется нейтральной осью.
3. Отсутствие давлений на боковые поверхности. Считается, что соседние волокна не оказывают давления друг на друга.

Перечисленные гипотезы позволяют оценить деформации сдвига и характер изгиба каждого слоя исследуемой детали. Это происходит в результате воздействия различных сил. Нагрузки вызывают деформацию изгиба в различных плоскостях. Они подразделяются на две категории:

- характеру воздействия (статические или динамические);
- степени воздействия (массовые или объёмные);
- поверхности (сосредоточенные, воздействуют на отдельные элементы поверхности и распределёнными – на всю поверхность).

Деформация изгиба

$$l = \theta R$$

$$l + \delta l = \theta(R + y)$$

$$\therefore \theta = \frac{l}{R} \text{ и } \delta l = \theta y = \frac{l}{R} y.$$

$$\frac{\delta l}{l} = \frac{y}{R}.$$

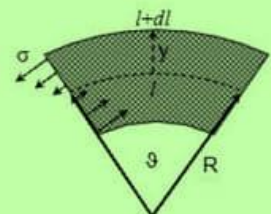
$$\sigma(y) = E \frac{\delta l}{l} = E \frac{y}{R}.$$

$$dF = \sigma dS = E \frac{y}{R} dS,$$

$$dM = dF y = \sigma y dS = E \frac{y^2}{R} dS.$$

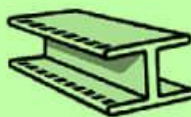
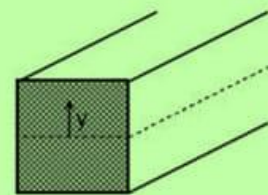


Изгиб →



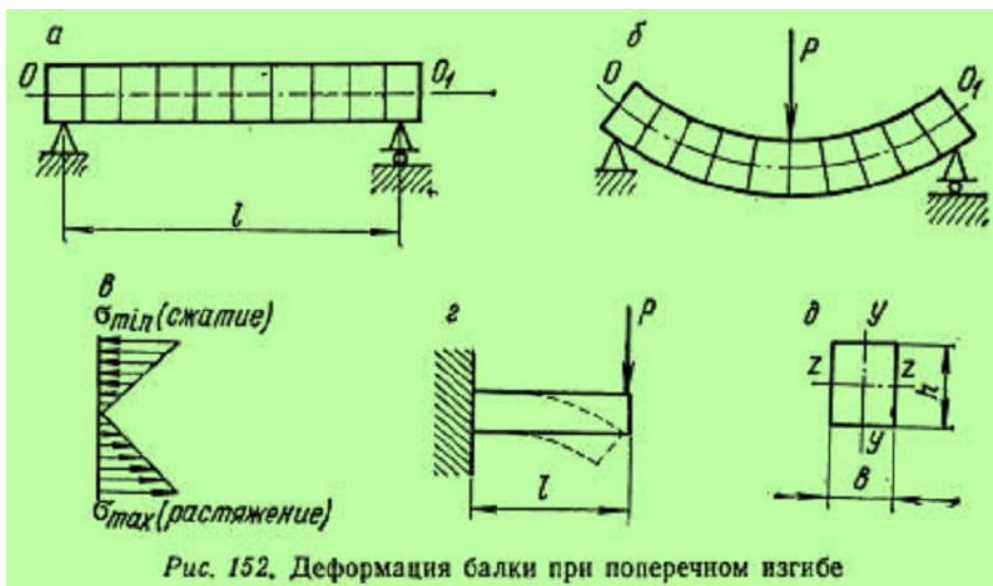
$$I = \int_S y^2 dS$$

$$M = \frac{E}{R} I.$$



К статическим относятся нагрузки, у которых место приложения и направления сил не меняется или изменяются медленно в течение определённого промежутка времени. К таким нагрузкам относится сила тяжести. В этом случае можно принять утверждение, что элементы физического объекта находятся в состоянии равновесия. У динамических нагрузок эти параметры меняются достаточно быстро или носят импульсивный характер. К ним относятся ударные нагрузки при забивании свай, обработке металла ковкой, воздействие неровностей дороги на колесо.

При сосредоточенной статической нагрузке на отдельный участок поверхности бруса происходит его деформация в сторону по направлению сил взаимодействия. Для расчёта параметров характеризующих основные показатели состояния деформированного тела применяют дифференциальные уравнения, которые позволяют выявить существующие функциональные связи. По деформации изгиба с помощью модуля Юнга можно вычислить прочность исследуемого элемента конструкции (балки, бруса, подвесной опоры и т. д.). На основании полученных областей решения можно построить графическое изображение силы упругости, которое наглядно показывает, что происходит с различными участками деформированной детали. Для каждой детали в зависимости от её геометрических размеров, материала изготовления и величины приложенных сил выведена своя формула.



Для наглядности восприятия характера протекающих процессов использует метод нанесения эпюр на поверхность объекта. Эта операция называется топология. Основной идеей является проецирование линий нагрузки на

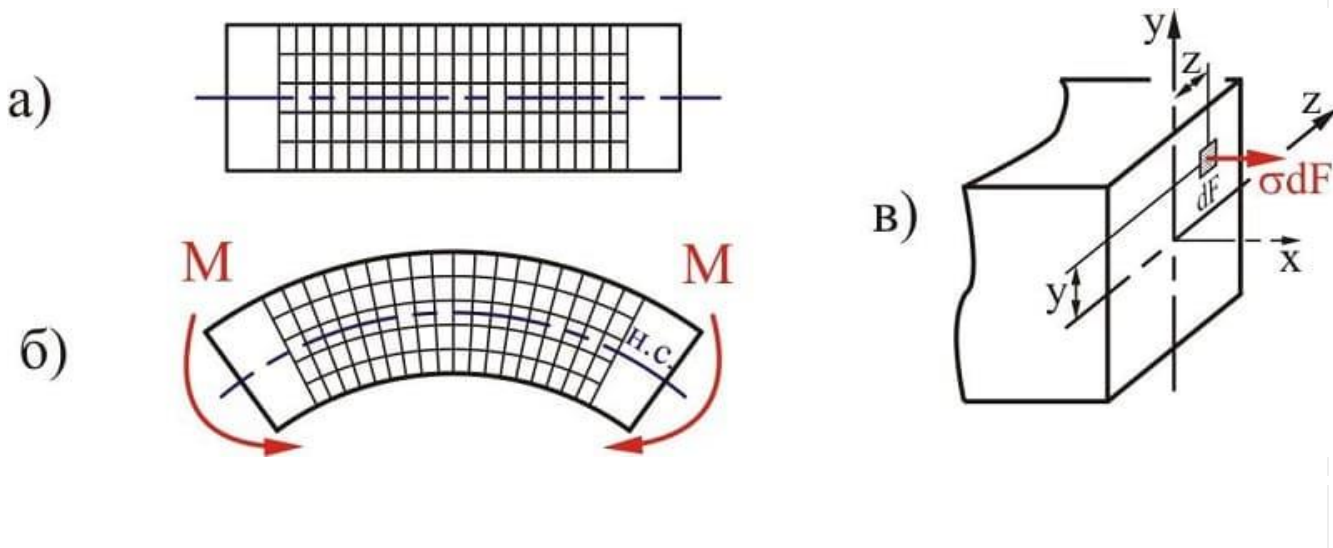
соответствующую плоскость (горизонтальную, фронтальную или профильную). В современных методах топологии применяют фрактальную геометрию.

Чистый и поперечный изгиб балки

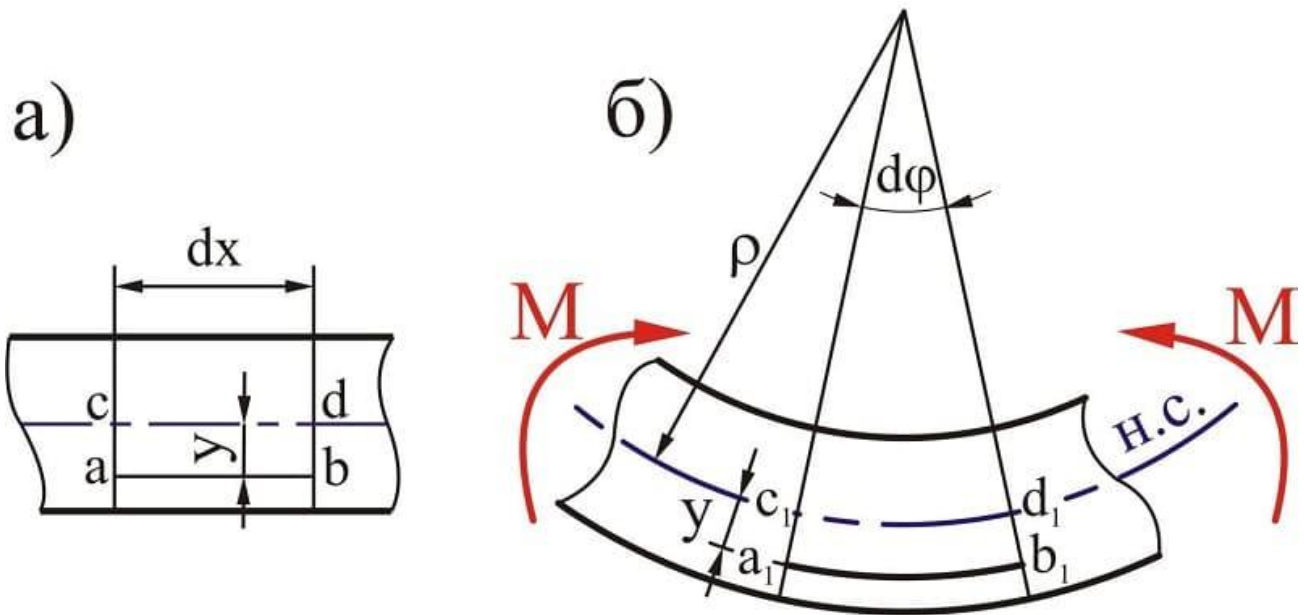
Если единственным внешним воздействием является сила, вызывающая изгибающий момент, такой изгиб называется чистым. Собственным весом изделия можно пренебречь.

При изгибе балки вводят следующие допущения:

- Во всех сечениях присутствуют только нормальные напряжения.
- Их разбивают на два слоя. Один называются растянутым, другой сжатым. Границей этих зон является линия сечения. Величина нормальных напряжений нейтрального слоя равны нулю.
- Продольный элемент детали подвержен осевому напряжению. Оно вызывает растяжение или сжатие. Соседние слои не вступают во взаимодействие друг с другом.
- При сохранении геометрической формы верхнего слоя все внутренние слои сохраняют прежнюю форму. Воздействие внешней силы остаётся перпендикулярным к поверхности детали.



Если на поверхность детали производится воздействие под углом к поверхности — такой изгиб называется поперечным. При поперечном изгибе в слоях детали (например, балки) возникают два вида напряжений. Одни называются нормальными, другие касательными. В этом случае все сечения не будут плоскими, но искривлёнными. На определённых уровнях искривления при изгибе не достаточно большие. Это позволяет при расчёте применять все формулы, справедливые для чистого изгиба.



Изгибающий момент и поперечная сила

Для оценки параметров деформационных процессов, протекающих в различных конструкциях, применяют изгибающий момент и воздействующую поперечную силу. Их рассчитывают на основании уравнений равновесия. Каждое позволяет найти параметры каждого слоя балки при изгибе.

Величина момента, возникающего при изгибе, равняется сумме всех образованных моментов, расположенных в поперечном сечении. Поперечная сила рассчитывается суммированием проекций всех внешних сил. Оба параметра рассчитываются для составляющих, расположенных с одной стороны от этого сечения.

При проектировании конструкции для расчёта этих параметров учитывают следующие правилами:

- воздействие внешнего фактора, способного повернуть балку по часовой стрелке относительно проведённого сечения;
- создаётся изгибающий момент, способный привести к сжатию каждого из волокон балки (в уравнении его учитывают со знаком плюс);

Полученные результаты позволяют построить графическое изображение распределения сил и моментов на различных уровнях. Такие изображения называют эпюрами. С их помощью определяют прочность создаваемой конструкции.

	$A = B = \frac{ql}{2}$	$\frac{ql^3}{8}$	$\frac{5}{384} \cdot \frac{ql^4}{EI}$	$\frac{l}{2}$
	$A = \frac{ql}{6}$ $B = \frac{ql}{3}$	$0,0642 ql^3$	$0,00652 \cdot \frac{ql^4}{EI}$	$0,578 l$
	$A = B = P$	$-Pl$	$\frac{Pl^3}{8 EI}$	от 0 до l
	$A = P$	$-Pl$	$\frac{Pl^3}{3 EI}$	0

Расчёты на прочность при изгибе

Особую важность при проектировании конструкций и их отдельных элементов играют предварительные расчёты на прочность при возникающих изгибах. По результатам проведённых расчётов устанавливают фактические (реальные) и допустимые напряжения, которые способны выдержать элементы и вся конструкция в целом. Это позволит определить реальный срок службы разработать рекомендации по правильной эксплуатации разработанного объекта.

Условие прочности выводится в результате сравнения двух показателей. Наибольшего напряжения, которое возникает в поперечном сечении при эксплуатации и допустимого напряжения для конкретного элемента. Прочность зависит от применённого материала, размера детали, способа обработки и его физико-механических и химических свойств.

Для решения поставленной задачи применяются методы и математический аппарат, разработанный в дисциплинах техническая механика, материаловедение и сопротивление материалов. В этом случае применяются:

- дифференциальные зависимости Журавского (семейство дифференциальных уравнений связывающие основные параметры при деформации и их производные);
- способы определения перемещения (наиболее эффективными считаются метод Мора и правило Верещагина);
- семейство принятых гипотез;
- разработанные правила построения графических изображений (построение эпюр).

Расчёт параметров производится в три этапа:

- при проверочном расчёте (вычисляют величину максимального напряжения);
- на этапе проектирования (производится выбор толщины и параметров сечения бруса);
- во время вычисления допустимой нагрузки.

Полученные знаки величин напряжений определяются на основании оценки протекающих физических процессов и направления проекций векторов сил и моментов.

Наиболее наглядными результатами расчёта являются построенные эпюры на поверхности разрабатываемого изделия. Они отражают влияние всех силовых факторов на различные слои деталей. При чистом изгибе эпюры имеют следующие особенности:

- на участке исследуемой балки с отсутствием нагрузки, которая носит распределённый характер, эпюра изображается прямой линией;
- на участке приложения так называемых сосредоточенных сил на эпюре наблюдается изменение направления в форме скачка в том месте к которому приложен вектор силы;
- в точке появления приложенного момента, скачок равен величине этого параметра;
- на участке с распределённой нагрузкой интенсивность воздействия изменяется по линейному закону, а поперечные нагрузки носят степенной характер изменения (чаще всего по параболической кривой, с направлением выпуклости в сторону приложенной нагрузки);
- в границах исследуемого участка функция изгибающего момента приобретает экстремум (на основании методов исследования функций с помощью дифференциального исчисления можно установить характер экстремума – максимум или минимум).

На практике решение систем дифференциальных уравнений может вызвать определённые трудности. Поэтому при расчётах допускаются некоторые прощания, которые не влияют на точность определяемых параметров. К этим упрощениям относятся:

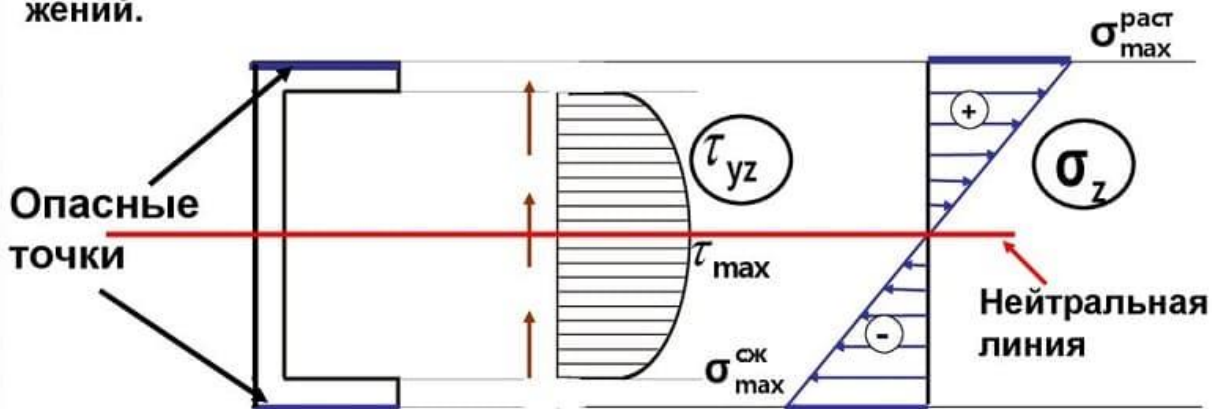
- расчёт производят с учётом нормальных напряжений;
- в качестве основного предположения принимают гипотезу о плоских сечениях;
- продольные волокна не производят дополнительного давления между собой (это позволяет считать, что процессы изгиба носят линейный характер);

- деформация волокон не зависит от их ширины (значения нормальных напряжений постоянные по всей ширине);
- для расчётной балки задают одну плоскость симметрии (все внешние силы лежат в этой плоскости);
- физико-механические характеристики материала подчиняются закону Гука (модуль упругости имеет постоянную величину);
- процессы в балке подчиняются законам плоского изгиба (это допущение вытекает из соотношений геометрических размеров изделия).

Расчет на прочность при изгибе.

1. Расчет по методу предельных состояний.

В качестве опасного сечения при расчете на изгиб выбирают сечение, в котором достигает наибольшего значения изгибающий момент. Изобразим это сечение и эпюры возникающих в нем напряжений.



Опасными точками такого сечения являются точки, наиболее удаленные от нейтральной линии, так как в этих точках возникают наибольшие нормальные напряжения.

Современные методы исследования воздействия внешних сил, внутренних напряжений и моментов позволяют с высокой степенью точности рассчитать прочность каждой детали и всей конструкции в целом. Применение компьютерных методов расчёта, фрактальной геометрии и 3D графики позволяет получить подробную картину происходящих процессов.