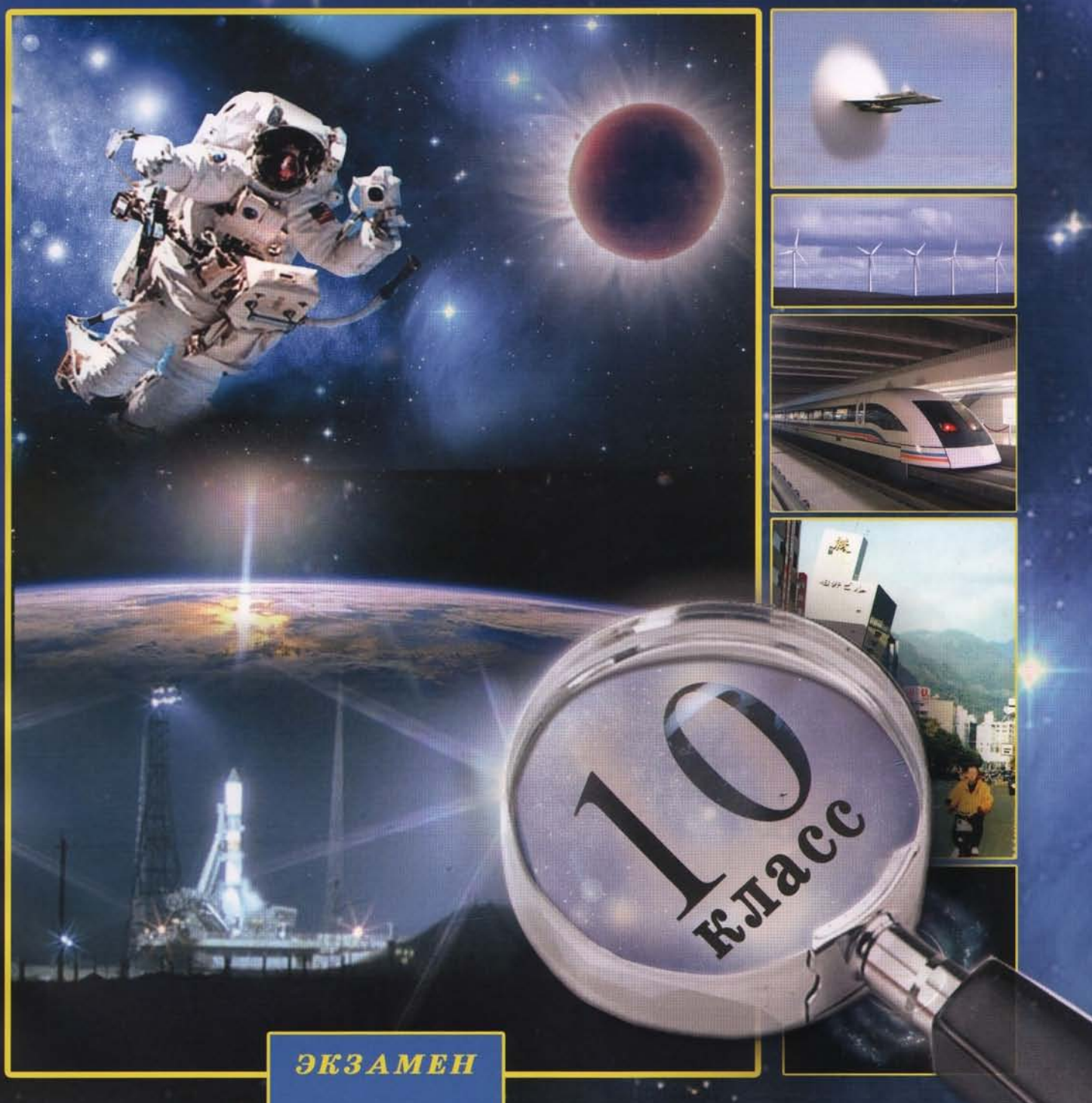


В.А. Касьянов

ИЛЛЮСТРИРОВАННЫЙ
АТЛАС
ПО ФИЗИКЕ



ЭКЗАМЕН

СИСТЕМА СИ

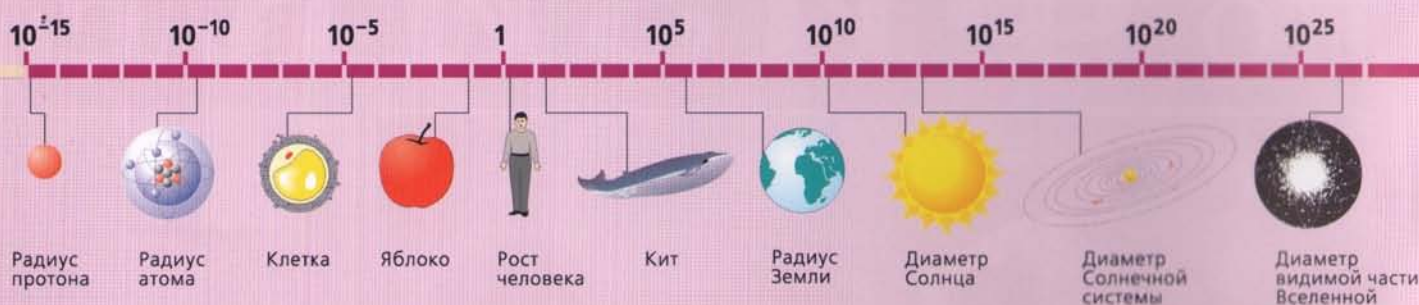
ОСНОВНЫЕ ЕДИНИЦЫ

ФИЗИЧЕСКАЯ ВЕЛИЧИНА		ЕДИНИЦА	
НАИМЕНОВАНИЕ	ОБОЗНАЧЕНИЕ	НАИМЕНОВАНИЕ	ОБОЗНАЧЕНИЕ
Длина	l	метр	м
Время	t	секунда	с
Масса	m	килограмм	кг
Количество вещества	ν	моль	моль
Термодинамическая температура	T	кельвин	К
Сила электрического тока	I	ампер	А
Сила света	I_e	кандела	кд

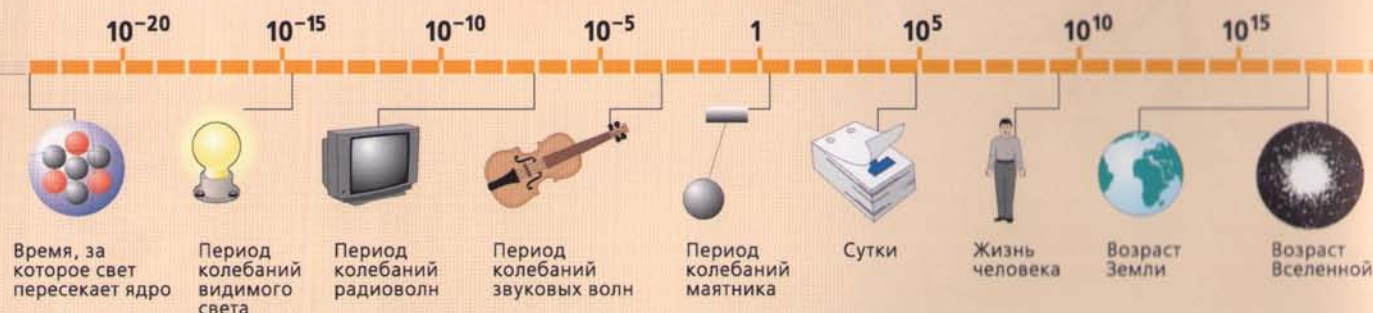
ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЕДИНИЦЫ

ФИЗИЧЕСКАЯ ВЕЛИЧИНА		ЕДИНИЦА	
НАИМЕНОВАНИЕ	ОБОЗНАЧЕНИЕ	НАИМЕНОВАНИЕ	ОБОЗНАЧЕНИЕ
Плоский угол	α	радиан	рад
Телесный угол	Ω	стерадиан	ср

ДЛИНА, м



ВРЕМЯ, с



МАССА, кг



ТЕМПЕРАТУРА, К



В.А. Касьянов

ИЛЛЮСТРИРОВАННЫЙ

АТЛАС

по ФИЗИКЕ

*Рекомендовано
Российской Академией
Образования*



**Издательство
ЭКЗАМЕН
Москва**

УДК 373:53(083.4)

ББК 22.3я72

К28

Касьянов, В.А.

К28 Иллюстрированный Атлас по физике: 10 класс / В.А. Касьянов. — М.: Издательство «Экзамен», 2010. — 144 с.

ISBN 978-5-377-02830-7

«Иллюстрированный Атлас по физике» — уникальное учебное пособие, не имеющее аналогов в мировой и отечественной учебной литературе, сочетающее достоинства интересного, доказательного учебника и красочного альбома наглядных иллюстраций, помогающих глубже понять суть физических явлений и легче запомнить их взаимосвязи.

«Иллюстрированный Атлас по физике» может использоваться как основное учебное пособие для изучения физики на базовом уровне. Простота и лаконичность изложения курса физики 10 класса делает «Иллюстрированный Атлас по физике» незаменимым при подготовке к контрольным работам, экзаменам и ЕГЭ.

«Иллюстрированный Атлас по физике. 10 класс» содержит следующие разделы: Механика (классическая и релятивистская), Молекулярная физика и Термодинамика, Электростатика.

УДК 373:53(083.4)

ББК 22.3я72

Формат 60х90/8. Гарнитура «Школьная». Бумага офсетная. Уч.-изд. л. 5,72.

Усл. печ. л. 18. Тираж 10 000 экз. Заказ № 16925.

ISBN 978-5-377-02830-7

© Касьянов В.А., 2010

© Издательство «ЭКЗАМЕН», 2010

Введение	5
----------------	---

МЕХАНИКА

Глава 1. Кинематика материальной точки

§1. Закон движения. Перемещение	6
§2. Скорость. Равномерное прямолинейное движение	8
§3. Ускорение	10
§4. Равнопеременное движение. График зависимости пути, перемещения, скорости и ускорения от времени	12
§5. Баллистическое движение	14
§6. Кинематика вращательного движения	16
§7. Кинематика колебательного движения	18

Глава 2. Динамика материальной точки

§8. Законы Ньютона	20
§9. Закон всемирного тяготения	22
§10. Сила тяжести	24
§11. Сила упругости, вес тела	26
§12. Сила трения	28

Глава 3. Законы сохранения

§13. Закон сохранения импульса	30
§14. Работа силы	32
§15. Потенциальная энергия	34
§16. Абсолютно неупругое и абсолютно упругое столкновения	36

Глава 4. Динамика периодического движения

§17. Движение тела в гравитационном поле	38
§18. Динамика свободных колебаний	40
§19. Колебательная система под действием внешних сил, не зависящих явно от времени	42
§20. Вынужденные колебания. Резонанс	44

Глава 5. Статика

§21. Условие равновесия для поступательного движения	46
§22. Условие равновесия для вращательного движения	48
§23. Центр масс	50

Глава 6. Релятивистская механика

§24. Постулаты специальной теории относительности	52
§25. Относительность времени	54
§26. Замедление времени	56
§27. Релятивистский закон сложения скоростей	58
§28. Взаимосвязь энергии и массы	60

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Глава 7. Молекулярная структура вещества

§29. Строение атома	62
§30. Агрегатные состояния тел	64

Оглавление

Глава 8. Молекулярно-кинетическая теория идеального газа

§31. Распределение молекул идеального газа в пространстве	66
§32. Распределение молекул идеального газа по скоростям. Опыт Штерна	68
§33. Шкалы температур	70
§34. Уравнение состояния идеального газа	72
§35. Изотермический процесс. Закон Бойля-Мариотта	74
§36. Изобарный процесс. Закон Гей-Люссака	76
§37. Изохорный процесс. Закон Шарля	78

Глава 9. Термодинамика

§38. Внутренняя энергия	80
§39. Работа газа в термодинамике	82
§40. Первый закон термодинамики	84
§41. Адиабатный процесс	86
§42. Цикл Карно	88
§43. Второй закон термодинамики	90

Глава 10. Жидкость и пар

§44. Сжижение пара при его изотермическом сжатии	92
§45. Испарение. Кипение. Плавление	94
§46. Поверхностное натяжение. Капиллярность	96

Глава 11. Твердое тело

§47. Кристаллические тела	98
---------------------------------	----

Глава 12. Механические волны. Акустика

§48. Волновой процесс. Продольные волны	100
§49. Поперечные волны	102
§50. Периодические волны	104
§51. Отражение волн	106
§52. Стоячие волны	108
§53. Звуковые волны. Высота звука	110
§54. Эффект Доплера	112
§55. Тембр. Громкость звука	114

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Глава 13. Силы электростатического взаимодействия неподвижных зарядов

§56. Электризация тел	116
§57. Опыт Миллиkena	118
§58. Закон Кулона	120
§59. Напряженность электростатического поля	122
§60. Проводники и диэлектрики в электростатическом поле	124

Глава 14. Механические волны. Акустика

§61. Потенциал электростатического поля	126
§62. Конденсаторы	128
§63. Энергия электростатического поля	130

Приложение I. Таблицы значений физических величин	132
---	-----

Приложение II. Предметный указатель	140
---	-----

Приложение III. Именной указатель	142
---	-----

ВВЕДЕНИЕ

Достижения и прогресс современной технологической цивилизации базируются прежде всего на достижениях физики — науки, определившей возникновение и совершенствование машин и механизмов, источников энергии и излучения, средств связи и компьютерной техники.

Исследуя и формулируя наиболее общие и фундаментальные закономерности в природе, физика смогла объяснить и описать количественно множество природных явлений.

Главная цель настоящего издания — представить физику интересной, наглядной, легко запоминающейся и аргументированной.

Отличительная особенность «Иллюстрированного атласа по физике» — наглядное представление физических явлений и принципа действия современных технических устройств с кратким объяснением физических законов, лежащих в их основе.

Иллюстративный материал помогает глубже понять и легче запомнить суть физического явления.

Доказательность, аргументированность изложения базируется на простых математических методах и легко запоминающихся качественных оценках.

В «Иллюстрированном атласе по физике» приведены таблицы основных физических величин, их единиц, диапазон их изменения, значения фундаментальных физических констант, 3-D-карты астрономических структур.

Простота и лаконичность изложения курса физики 10–11 классов позволяет продуктивно использовать «Иллюстрированный атлас по физике» для подготовки к экзаменам и зачетам, а также как учебное пособие для изучения физики как на базовом, так и на профильном уровне. Заголовки тем, изучаемых на профильном уровне, выделены красным цветом.

Особенно эффективно использование «Иллюстрированного атласа по физике» при подготовке к ЕГЭ.

§1. ЗАКОН ДВИЖЕНИЯ. ПЕРЕМЕЩЕНИЕ

Движение — неотъемлемая форма существования вещества во Вселенной. В движении участвует каждый атом любого тела. Движение тела как целого относительно других тел называют *механическим движением*. Кинематика изучает механическое движение тел, не рассматривая причины, которыми это движение вызывается. Для описания механического движения тела необходимо знать его положение в пространстве в любой момент времени. Указать положение тела одной точкой при его движении возможно лишь в случае, когда размеры и форма тела несущественны, т.е. для материальной точки.

Материальная точка — обладающее массой тело, размерами которого в данной задаче можно пренебречь.

Положение материальной точки в пространстве в произвольный момент времени t можно задать либо с помощью координат $x(t)$, $y(t)$ ①, либо с помощью радиуса-вектора $\vec{r}$ ②, соединяющего начало отсчета с положением точки. Зависимости $x(t)$, $y(t)$ определяют закон движения тела в координатной форме, а $\vec{r}(t)$ — в векторной форме. Координатное и векторное описания движения тела эквивалентны ③. Закон движения в координатной форме можно получить, проецируя закон движения в векторной форме на координатные оси X и Y ($r_x = x$; $r_y = y$).

Изменение положения материальной точки в пространстве можно характеризовать либо изменением его координат Δx , Δy ④, либо изменением $\Delta \vec{r}$ радиуса-вектора ⑤, т.е. перемещением.

Перемещение — вектор, проведенный из начального положения материальной точки в конечное: $\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$.

Проекции вектора перемещения точки на оси X и Y совпадают с изменением ее координат ($\Delta r_x = \Delta x$; $\Delta r_y = \Delta y$ ⑥).

Расстояние, которое проходит тело, двигаясь из начального положения в конечное, определяет положительная скалярная величина — путь.

Путь — длина участка траектории, пройденного материальной точкой за данный промежуток времени ⑦.

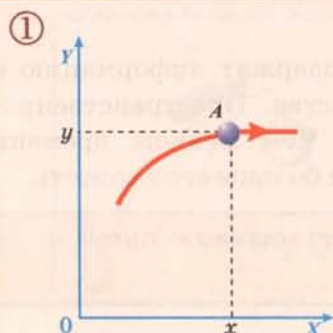
Например, за один оборот по окружности частица проходит путь $l = 2\pi R$. При этом ее перемещение $\Delta \vec{r} = 0$.

При криволинейном движении путь всегда больше модуля перемещения, так как длина дуги всегда больше длины стягивающей ее хорды.

При двух последовательных перемещениях результирующее перемещение равно их векторной сумме. В случае, если движение происходит по взаимно перпендикулярным направлениям, сложение перемещений можно выполнить по правилу треугольника. При движении автомобиля по пути ABC ⑧ перемещение из точки A в точку C $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b}$. Путь ADC соответствует перемещению $\vec{d} = \vec{b} + \vec{a}$.

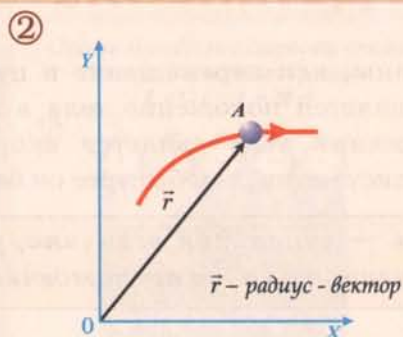
В евклидовом пространстве, например, на плоскости, результат сложения перемещений не зависит от последовательности, в которой происходят эти перемещения. В искривленном пространстве (например, на сфере) ⑨ результирующее перемещение зависит от последовательности перемещений. Перемещаясь сначала вдоль экватора на Восток, затем на Север на такое же расстояние ($BC = AB$), можно попасть в точку C . Если же из точки A продвинуться на Север в точку D , а потом на Восток ($DE = AD$), то можно оказаться в другой точке E .

КООРДИНАТНЫЙ СПОСОБ ЗАДАНИЯ ПОЛОЖЕНИЯ ЧАСТИЦЫ



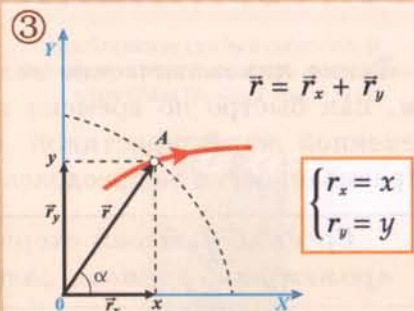
$\begin{cases} x(t) \\ y(t) \end{cases}$ — закон движения в координатной форме

ВЕКТОРНЫЙ СПОСОБ ЗАДАНИЯ ПОЛОЖЕНИЯ ЧАСТИЦЫ



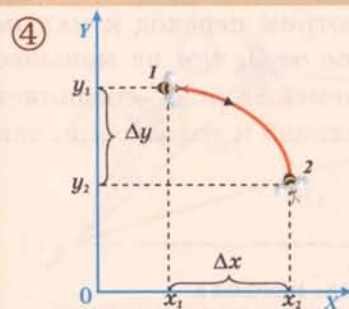
$\vec{r}(t)$ — закон движения в векторной форме

СВЯЗЬ ЗАКОНА ДВИЖЕНИЯ В КООРДИНАТНОЙ И ВЕКТОРНОЙ ФОРМАХ



$\vec{r}_x, \vec{r}_y$ — компоненты вектора $\vec{r}$ на оси X и Y (векторные величины)
 r_x, r_y — проекции вектора $\vec{r}$ на оси X и Y (скалярные величины)

ИЗМЕНЕНИЕ КООРДИНАТ

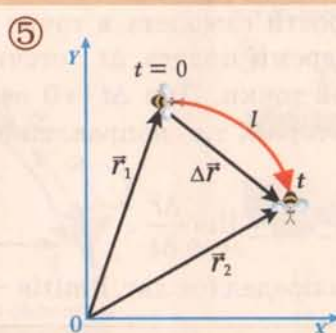


Изменение любой величины — разность ее конечного и начального значений

$$\Delta x = x_2 - x_1 > 0$$

$$\Delta y = y_2 - y_1 < 0$$

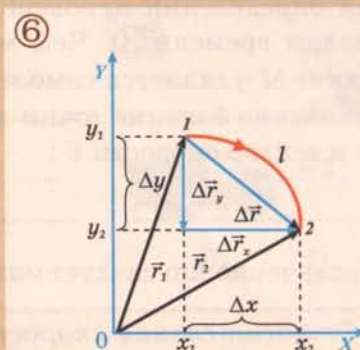
ИЗМЕНЕНИЕ РАДИУСА - ВЕКТОРА. ПЕРЕМЕЩЕНИЕ



Перемещение $\Delta \vec{r}$ — вектор, проведенный из начального положения материальной точки в конечное

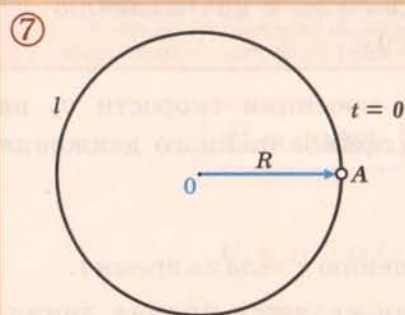
$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

ВЗАИМОСВЯЗЬ КООРДИНАТНОГО И ВЕКТОРНОГО ОПИСАНИЯ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЧАСТИЦЫ



$$\begin{cases} \Delta x = \Delta r_x \\ \Delta y = \Delta r_y \end{cases}$$

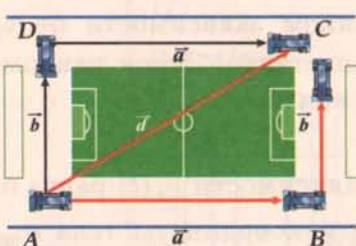
ПУТЬ И ПЕРЕМЕЩЕНИЕ



Путь l — длина участка траектории, пройденного за данный промежуток времени
 за 1 оборот $l = 2\pi R$
 $\Delta \vec{r} = 0$

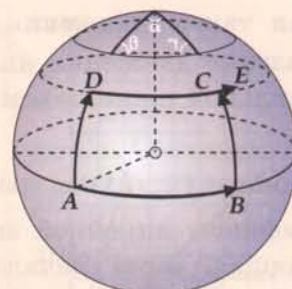
ЗАВИСИМОСТЬ ОТ ГЕОМЕТРИИ ПРОСТРАНСТВА РЕЗУЛЬТИРУЮЩЕГО ПЕРЕМЕЩЕНИЯ

⑧ ЕВКЛИДОВО ПРОСТРАНСТВО



Результирующее перемещение не зависит от последовательности перемещений

⑨ НЕЕВКЛИДОВО ПРОСТРАНСТВО



Результирующее перемещение зависит от последовательности перемещений

§2. СКОРОСТЬ. РАВНОМЕРНОЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Такие кинематические величины, как перемещение и путь, не содержат информацию о том, как быстро по времени изменяется положение тела в пространстве. Пространственно-временной характеристикой движения тела является скорость ①. Чем меньше времени затрачивает бегун на преодоление дистанции, тем быстрее он бежит, тем больше его скорость.

Средняя путевая скорость — скалярная величина, равная отношению пути к промежутку времени, затраченному на его прохождение:

$$v_{cp} = \frac{l}{t}.$$

Единица скорости — метр в секунду (м/с).

Чем меньше интервал времени, тем меньше за это время успевает измениться скорость, тем точнее ее можно определить.

Мгновенная скорость — средняя скорость за бесконечно малый интервал времени ②.

Для определения мгновенной скорости самолета в точке O рассмотрим переход к малым интервалам времени ③. Чем меньше время полета Δt , отсчитываемое от 0, тем на меньшее расстояние Δl удаляется самолет от этой точки. При $\Delta t \rightarrow 0$ вектор перемещения $\Delta \vec{r}$ соединяет две бесконечно близкие точки на траектории, т.е. направлен по касательной к траектории, так же как и вектор скорости $\vec{v}$:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}.$$

Обозначение $\lim$ следует читать как предел (от лат. limitis — граница, предел).

Относительная скорость первого тела относительно второго равна разности скоростей тел:

$$\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2.$$

При движении тел в одном направлении (например, при обгоне) модуль относительной скорости равен разности скоростей ④. При встречном движении ⑤ тела сближаются с относительной скоростью, равной сумме их скоростей, поэтому встречное столкновение автомобилей, поездов столь опасно.

Если скорость движения тела остается постоянной по модулю и направлению ($\vec{v} = \text{const}$), возникает равномерное прямолинейное движение ⑥.

При таком движении ⑦ графиком зависимости от времени проекции скорости v_x на направление движения является константа. Закон равномерного прямолинейного движения материальной точки по оси X имеет вид:

$$x = v_x \cdot t.$$

Площадь ($v_x \cdot t$) под графиком зависимости $v_x(t)$ равна перемещению x тела за время t .

Графиком линейной зависимости координаты тела от времени является прямая линия, проходящая через начало координат. Для сравнения ⑧ приведены графики движения автомобиля, болида и сверхзвукового самолета, движущихся со скоростями 50, 100 и 350 м/с соответственно.

Чем круче график движения, тем больше скорость движения тела:

$$\alpha_3 > \alpha_2 > \alpha_1 \text{ при } v_{x_3} > v_{x_2} > v_{x_1}.$$

Скорость. Равномерное прямолинейное движение

СРЕДНЯЯ ПУТЕВАЯ СКОРОСТЬ

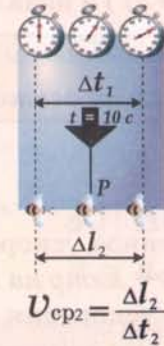


МГНОВЕННАЯ СКОРОСТЬ —

средняя скорость за бесконечно малый интервал времени



Приближение средней скорости v_{cp} по модулю к мгновенной при уменьшении интервала времени ($\Delta t_2 = 10\text{ с}$)



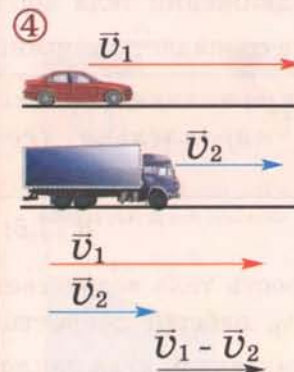
ВЕКТОР СКОРОСТИ



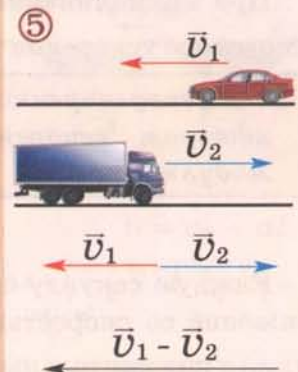
ОТНОСИТЕЛЬНАЯ СКОРОСТЬ

$$\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$$

при движении в одном направлении



при встречном движении

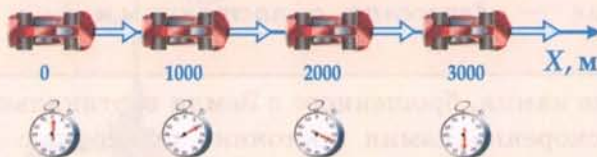


РАВНОМЕРНОЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

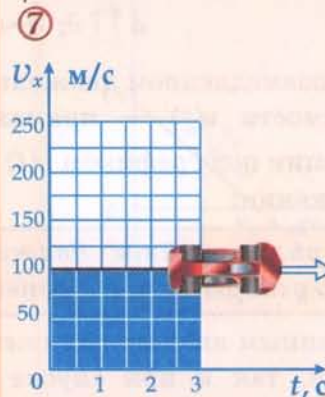
⑥ Равномерное прямолинейное движение – движение, при котором тело перемещается с постоянной по модулю и направлению скоростью

$$\vec{v} = \text{const}$$

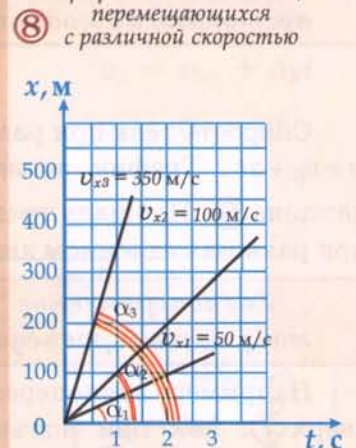
$$v_x = 100\text{ м/с}$$



Графический способ нахождения перемещения при равномерном прямолинейном движении тела



Графики движения тел, перемещающихся с различной скоростью



§3. УСКОРЕНИЕ

Физической величиной, характеризующей изменение скорости с течением времени, является **ускорение** ①. Чтобы определить изменение скорости $\Delta \vec{v}$ самолета за промежуток времени Δt , необходимо найти разность между его конечной скоростью $\vec{v} + \Delta \vec{v}$ (в момент времени $t + \Delta t$) и начальной $\vec{v}$ (в момент времени t).

Отношение $\Delta \vec{v} / \Delta t$ при неограниченном уменьшении промежутка времени Δt определяет вектор мгновенного ускорения:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.$$

Мгновенное ускорение численно равно изменению скорости в единицу времени. Единица ускорения — метр на секунду в квадрате (м/с^2).

Вектор ускорения $\vec{a}$ параллелен вектору изменения скорости $\Delta \vec{v}$ (при $\Delta t \rightarrow 0$).

В общем случае вектор $\vec{a}$ может иметь составляющие, направленные как по касательной $\vec{a}_\tau$, так и по нормали (перпендикулярно) $\vec{a}_n$ к ней ②: $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$,

где $\vec{a}_\tau$ — касательное (тангенциальное) ускорение,

$\vec{a}_n$ — нормальное (центростремительное) ускорение.

При прямолинейном движении тела нормальное ускорение равно нулю ($\vec{a}_n = 0$), поэтому мгновенное ускорение тела совпадает с тангенциальным.

Равноускоренное прямолинейное движение — прямолинейное движение, при котором ускорение параллельно (сонаправлено) скорости и постоянно по модулю ③:

$$\vec{a} \uparrow \vec{v}; a = \text{const.}$$

Каждую секунду скорость тела возрастает на a м/с. Тогда через время t тело, начавшее движение со скоростью v_0 , наберет скорость $v = v_0 + at$. График зависимости $v(t)$ — прямая линия с положительным тангенсом угла наклона, начинающаяся на оси ординат из точки v_0 ④. Площадь трапеции под графиком $v(t)$ численно равна перемещению тела по оси X за время t при равноускоренном движении: $x - x_0 = \Delta x = v_0 t + \frac{at^2}{2}$.

Равнозамедленное прямолинейное движение — прямолинейное движение, при котором ускорение антипараллельно (противоположно направлено) скорости и постоянно по модулю ⑤:

$$\vec{a} \uparrow \vec{v}; a = \text{const.}$$

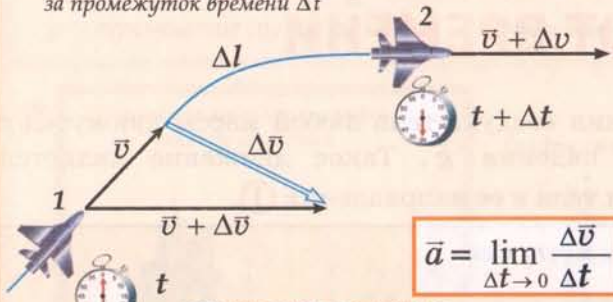
Скорость тела при равнозамедленном движении линейно уменьшается с течением времени: $v = v_0 + at$. График зависимости $v(t)$ — прямая линия с отрицательным тангенсом угла наклона ⑥. Площадь трапеции под графиком $v(t)$ равна перемещению тела по оси X за время t при равнозамедленном движении:

Равнопеременное прямолинейное движение — движение с постоянным по модулю и направлению ускорением: $a = \text{const.}$

Например, равнопеременным является движение камня, брошенного с Земли вертикально вверх ⑦: как при подъеме, так и при спуске ускорение камня постоянно по модулю и направлено вниз ⑧.

① ВЕКТОР МГНОВЕННОГО УСКОРЕНИЯ

Изменение скорости $\Delta \vec{v}$ при криволинейном движении за промежуток времени Δt

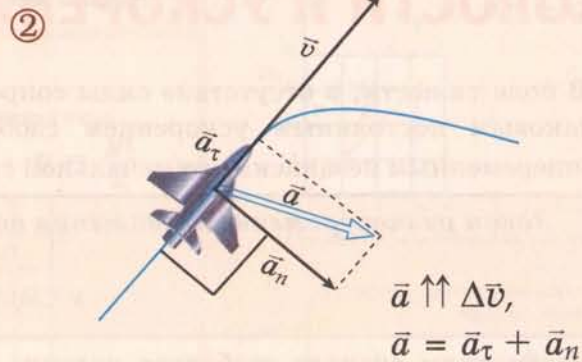


$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

МГНОВЕННОЕ УСКОРЕНИЕ – векторная физическая величина, равная пределу отношения изменения скорости к промежутку времени, в течение которого это изменение произошло

ТАНГЕНЦИАЛЬНОЕ И НОРМАЛЬНОЕ УСКОРЕНИЯ

Направление вектора мгновенного ускорения при криволинейном движении



$$\vec{a} \parallel \Delta \vec{v},$$

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ С ПОСТОЯННЫМ УСКОРЕНИЕМ

③ РАВНОУСКОРЕННОЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

$$\vec{a} \parallel \vec{v},$$

$$a = \text{const}$$



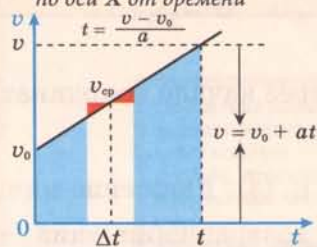
⑤ РАВНОЗАМЕДЛЕННОЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

$$\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{v},$$

$$a = \text{const}$$



④ Линейная зависимость скорости движения по оси X от времени



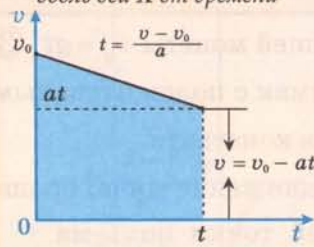
$$v = v_0 + at$$

$$\Delta x = \left(\frac{v + v_0}{2} \right) \left(\frac{v - v_0}{a} \right) = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

ЗАКОН ДВИЖЕНИЯ

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

⑥ Линейная зависимость скорости движения вдоль оси X от времени



$$v = v_0 - at$$

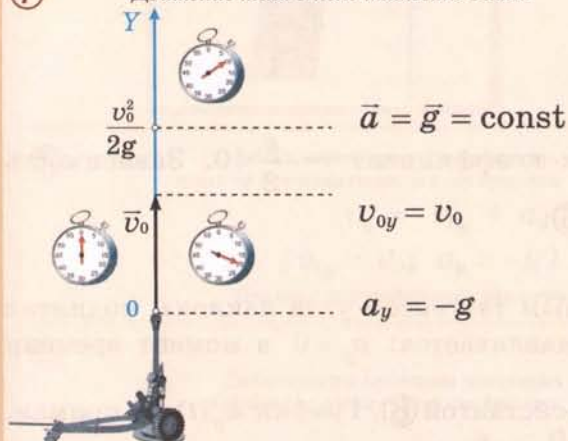
$$\Delta x = \left(\frac{v + v_0}{2} \right) \left(\frac{v_0 - v}{a} \right) = \frac{v_0^2 - v^2}{2a}$$

ЗАКОН ДВИЖЕНИЯ

$$x = x_0 + v_0 t - \frac{at^2}{2}$$

РАВНОПЕРЕМЕННОЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

⑦ Движение тела в поле тяжести Земли



$$\vec{a} = \vec{g} = \text{const}$$

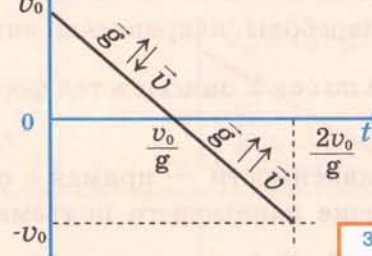
$$v_{0y} = v_0$$

$$a_y = -g$$

⑧ Зависимость проекции скорости v_y от времени

$$v_y = v_{0y} + a_y t$$

$$v_y = v_0 - gt$$



ЗАКОН ДВИЖЕНИЯ

$$x = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

§4. РАВНОПЕРЕМЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ. ГРАФИК ЗАВИСИМОСТИ ПУТИ, ПЕРЕМЕЩЕНИЯ, СКОРОСТИ И УСКОРЕНИЯ ОТ ВРЕМЕНИ

В поле тяжести, в отсутствие силы сопротивления воздуха тела любой массы движутся с одинаковым постоянным ускорением свободного падения $\vec{g}$. Такое движение является равнопеременным независимо от начальной скорости тела и ее направления ①.

Закон равнопеременного движения по оси Y имеет вид:

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2} \quad (1)$$

Рассмотрим сначала свободное падение монеты без начальной скорости с высоты H на землю ②. Направим ось Y вниз и выберем начало отсчета в верхней точке. Тогда $y_0 = 0$, $v_{0y} = 0$. Ускорение свободного падения $\vec{g}$ направлено вниз. Следовательно, его проекция на ось Y : $a_y = g$. Подстановка начальных условий (y_0, v_{0y}) и ускорения a_y в формулу (1) дает закон свободного падения тела без начальной скорости.

$$y = \frac{gt^2}{2}.$$

Координата y характеризует одновременно и перемещение, и путь монеты. Графиком такой квадратичной зависимости от времени является парабола с вершиной в начале координат.

При равноускоренном движении скорость тела линейно зависит от времени:

$$v_y = v_{0y} + a_y t \quad (2)$$

Для свободно падающей монеты $v_y = gt$ ③.

График $v_y(t)$ — прямая с положительным наклоном, проходящая через начало координат; $a_y = g$ — положительная константа.

Рассмотрим теперь движение мяча, брошенного вверх со скоростью v_0 ④. Движение мяча вверх вплоть до высшей точки подъема — равнозамедленное, а при возвращении вниз — равноускоренное. Однако в целом его движение является равнопеременным, так как все время движения ускорение мяча остается постоянным (равным g).

Направим ось Y вверх и выберем нуль отсчета в точке бросания. Тогда при $y_0 = 0$, $v_{0y} = v$, $a_y = -g$, закон движения (1) имеет вид:

$$y = v_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

Ветви такой параболы направлены вниз, так как коэффициент $-\frac{g}{2} < 0$. Зависимость проекции скорости по оси Y описывается формулой (2) ⑤:

$$v_y = v_0 - gt.$$

График этой зависимости — прямая с отрицательным тангенсом угла наклона, поднятая вверх на v_0 . В точке наивысшего подъема тело останавливается: $v_y = 0$ в момент времени

$t_{\max} = \frac{v_0}{g}$. Ускорение $a_y = -g$ является отрицательной константой ⑥. График $a_y(t)$ — прямая, параллельная оси времени.

СВОБОДНОЕ ПАДЕНИЕ ТЕЛА В ПОЛЕ ТЯЖЕСТИ ЗЕМЛИ

① $y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}$
 y – перемещение (путь) тела
 $(y_0 = 0; v_{0y} = 0; a_y = g)$
 Ветви параболы $y(t)$ направлены вверх



③ Зависимость скорости свободного падения тела от времени

$v_y = v_{0y} + a_y t$



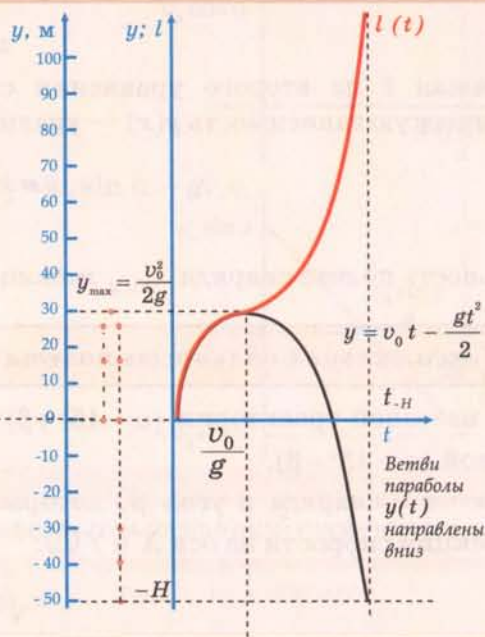
Прямая с положительным наклоном



РАВНОПЕРЕМЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА, БРОШЕННОГО ВЕРТИКАЛЬНО ВВЕРХ

Зависимость перемещения y и пути l тела от времени

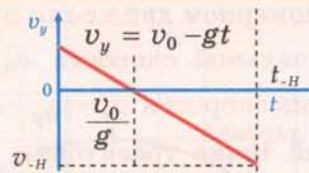
④ $y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}$
 $(y_0 = 0; v_{0y} = v_0; a_y = -g)$



⑤ Зависимость проекции скорости тела на вертикальную ось от времени

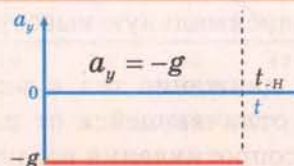
$v_y = v_{0y} + a_y t$
 $(v_{0y} = v_0; a_y = -g)$

Прямая с отрицательным наклоном



⑥ Зависимость проекции ускорения свободного падения тела от времени

$a_y < 0$



§5. БАЛЛИСТИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ

Баллистика — раздел механики, изучающий движение тел в поле тяжести Земли. Для описания баллистического движения в качестве первого приближения удобно ввести идеализированную модель, рассматривая тело как материальную точку, движущуюся с постоянным ускорением свободного падения $\vec{g}$. При этом сопротивлением воздуха пренебрегают.

Рассмотрим основные параметры траектории снаряда, вылетающего с начальной скоростью v_0 из орудия, направленного под углом α к горизонту ①. Движение снаряда происходит в вертикальной плоскости XY , содержащей вектор v_0 . Выберем начало отсчета в точке вылета снаряда.

По оси Y движение является равнопеременным, так как ускорение свободного падения $\vec{g}$ направлено вертикально вниз и постоянно по модулю.

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}. \quad (1)$$

По оси X движение будет равномерным ($a_x = 0$).

$$x = x_0 + v_{0x}t. \quad (2)$$

Учитывая, что $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, $v_{0x} = v_0 \cos \alpha$, $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$, $a_y = -g$, уравнения (1), (2) можно представить в виде системы:

$$\begin{aligned} y &= (v_0 \sin \alpha)t - \frac{gt^2}{2} \\ x &= (v_0 \cos \alpha)t \end{aligned} \quad (3)$$

Выражая t из второго уравнения системы (3) и подставляя его в первое, получаем параболическую зависимость $y(x)$ — уравнение траектории снаряда:

$$y = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \quad (4)$$

Дальность полета снаряда $x_{\max}$ можно найти, полагая $y = 0$: $x_{\max} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g}$ ②.

Максимальная дальность полета достигается при угле $\alpha = 45^\circ$ ($\sin 2\alpha = 1$).

При навесной траектории ($\alpha = 45^\circ + \beta$) дальность полета оказывается такой же, как и при настильной ($\alpha = 45^\circ - \beta$).

Скорость v снаряда и угол β , который образует вектор $\vec{v}$ с горизонталью, можно найти, зная проекции скорости на оси X и Y ③:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}; \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{v_y}{v_x}$$

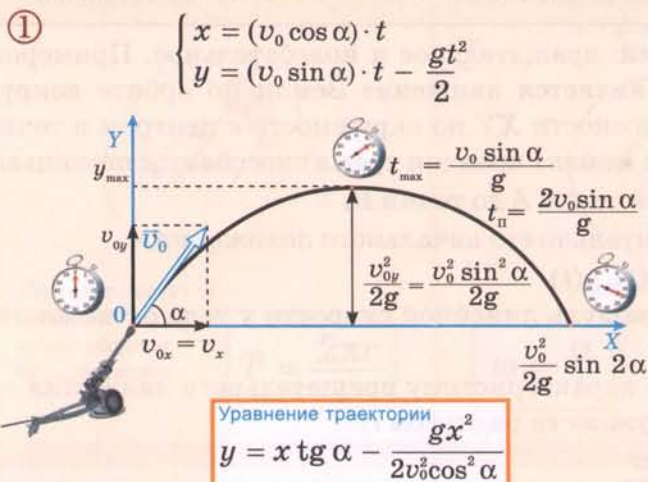
При равномерном движении по оси X проекция скорости v_x остается постоянной и равной проекции начальной скорости v_{0x} , т.е. $v_x = v_0 \cos \alpha$ ④. При равнопеременном движении по оси Y проекция скорости $v_y = v_{0y} + a_y t = v_0 \sin \alpha - gt$.

В верхней точке траектории вертикальная компонента скорости $v_y = 0$. Поэтому время подъема на максимальную высоту $t_{\max} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$.

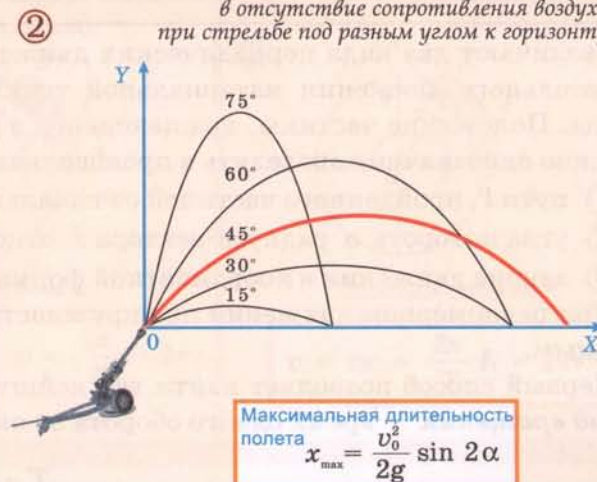
Реальное движение тел в земной атмосфере происходит по баллистической траектории, существенно отличающейся от параболической ⑤. Чем больше скорость движения тела, тем больше сила сопротивления воздуха и отличие баллистической траектории от параболы ⑥.

ТРАЕКТОРИЯ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА В ПОЛЕ ТЯЖЕСТИ

Независимость вертикального и горизонтального движений

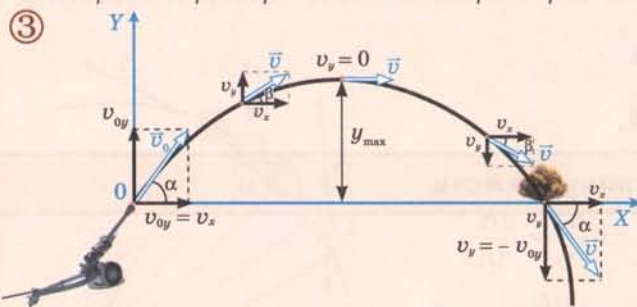


Баллистическая траектория снаряда в отсутствие сопротивления воздуха при стрельбе под разным углом к горизонту

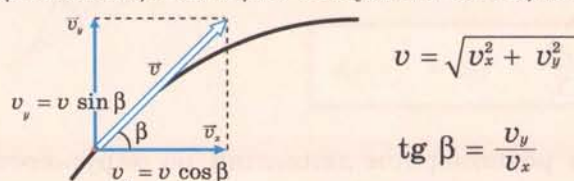


СКОРОСТЬ ПРИ БАЛЛИСТИЧЕСКОМ ДВИЖЕНИИ

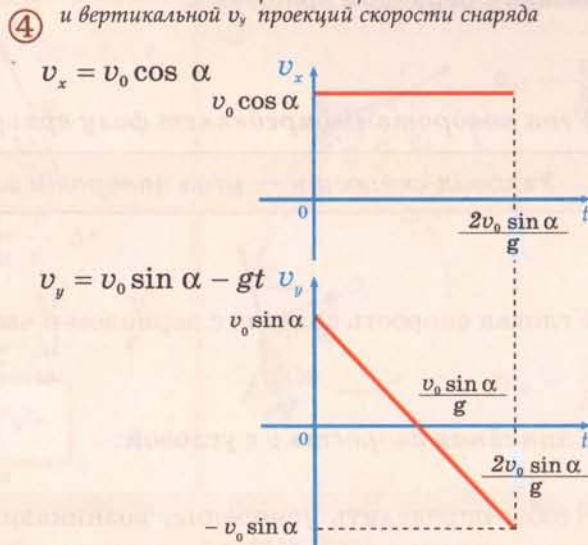
Скорость снаряда в различных точках траектории



Определение скорости снаряда и его угла наклона к горизонту

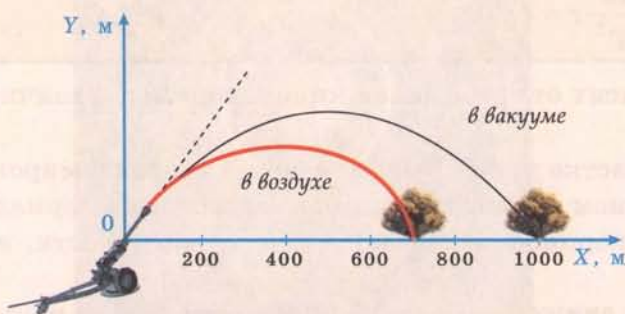


Зависимости от времени горизонтальной v_x и вертикальной v_y проекций скорости снаряда

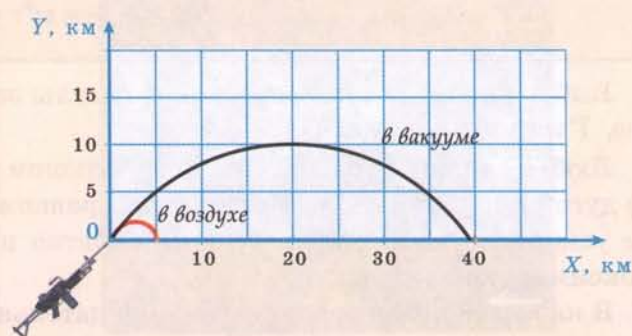


ОТЛИЧИЕ РЕАЛЬНОЙ БАЛЛИСТИЧЕСКОЙ КРИВОЙ ОТ ПАРАБОЛЫ ПРИ РАЗЛИЧНОЙ СКОРОСТИ ВЫЛЕТА

⑤ Снаряд - $v_0 = 100 \text{ м/с}$



⑥ Пуля - $v_0 = 630 \text{ м/с}$



§6. КИНЕМАТИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Периодическое движение — движение, повторяющееся через равные промежутки времени.

Различают два вида периодических движений: вращательное и колебательное. Примером вращательного движения материальной точки является движение Земли по орбите вокруг Солнца. Положение частицы, вращающейся в плоскости XOY по окружности с центром в точке O , можно однозначно определить в произвольный момент времени тремя способами с помощью:

- ① пути l , пройденного частицей от начальной точки A до точки B ,
- ② угла поворота α радиуса-вектора $\vec{r}$ относительно его начального положения,
- ③ закона движения в координатной форме $x(t)$; $y(t)$.

При равномерном движении по окружности модуль линейной скорости v тела остается постоянным.

Первый способ позволяет найти важнейшую характеристику вращательного движения — **период вращения** — время одного оборота по окружности радиусом r :

$$T = \frac{2\pi r}{v}.$$

Частота вращения ν — число оборотов в единицу времени

— связана с периодом вращения:

$$\nu = \frac{1}{T}.$$

Угол поворота α определяет фазу вращения.

Угловая скорость — угол поворота за единицу времени

$$\omega = \frac{\alpha}{t}.$$

Угловая скорость связана с периодом и частотой вращения:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu,$$

а **линейная скорость v** с угловой:

$$v = \omega r$$

Чтобы определить ускорение, возникающее при равномерном движении по окружности, найдем изменение скорости $\Delta \vec{v}$ частицы, т.е. разность ее конечной v_B и начальной v_A скоростей за промежуток времени Δt ④.

При $\Delta t \rightarrow 0$ вектор $\Delta \vec{v}$, как и вектор ускорения, перпендикулярен (нормален) скорости, т.е. направлен к центру окружности. Расчет нормального (центростремительного) ускорения дает:

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r = \frac{4\pi^2}{T^2} r = 4\pi^2 \nu^2 r.$$

Выбор необходимой расчетной формулы зависит от того, какая кинематическая величина v , ω , T или ν известна.

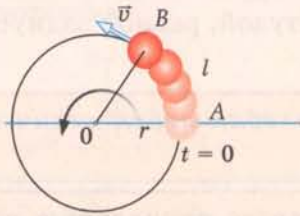
Любая сложная траектория на небольшом участке может быть заменена (аппроксимирована) дугой окружности ⑤. Поэтому при равномерном движении по такой траектории нормальное ускорение материальной точки обратно пропорционально радиусу дуги окружности, аппроксимирующей траекторию.

В качестве примеров показано вращательное движение Солнечной системы вокруг центра Галактики — Млечный Путь ⑥ и фазы вращения Луны вокруг Земли ⑦.

РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ПО ОКРУЖНОСТИ

①

1. По пройденному ею пути l по окружности



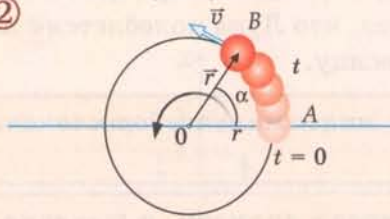
Период вращения T – время одного оборота по окружности

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ЧАСТИЦЫ

2. По углу поворота радиуса-вектора $\vec{r}$ относительно его начального положения (α – фаза вращения)

②



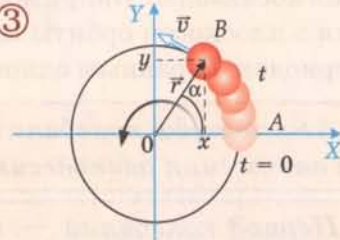
Угловая скорость ω

$$\omega = \frac{\alpha}{t}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

3. С помощью закона движения в координатной форме $x(t)$, $y(t)$

③



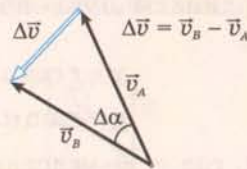
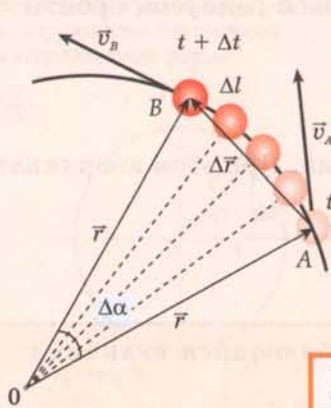
Линейная скорость v

$$v = \omega r = \frac{2\pi}{T} R = 2\pi\nu R$$

ЦЕНТРОСТРЕМИТЕЛЬНОЕ (НОРМАЛЬНОЕ) УСКОРЕНИЕ

④ Ускорение при равномерном движении частицы по окружности

а) при $\Delta v \rightarrow 0$, $\Delta \alpha \rightarrow 0$; б) при $\Delta t \rightarrow 0$, $\Delta \vec{v} \perp \vec{v}_A$, $\Delta \vec{v} \perp \vec{v}_B$



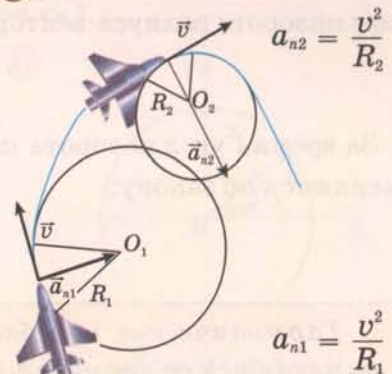
$$\frac{\Delta v}{\Delta r} = \frac{v}{r} \Rightarrow \Delta v = \frac{v}{r} \Delta r$$

$$a_n = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{r} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}$$

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r = \frac{4\pi^2}{T^2} R = 4\pi^2 \nu^2 r$$

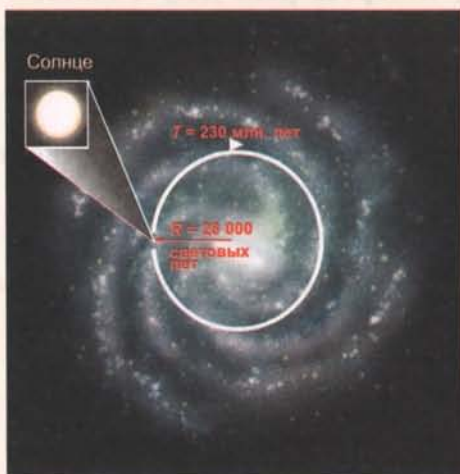
Нормальное ускорение самолета при равномерном движении по криволинейной траектории

⑤



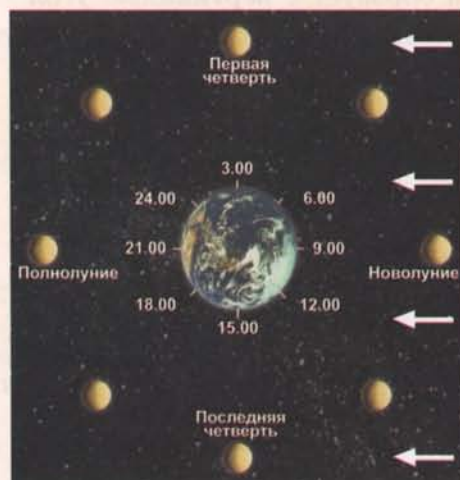
⑥

ВРАЩЕНИЕ ГАЛАКТИКИ - МЛЕЧНЫЙ ПУТЬ



⑦

ФАЗЫ ЛУНЫ
ВРАЩЕНИЕ ЛУНЫ ВОКРУГ ЗЕМЛИ



Глава 1. Кинематика материальной точки

§7. КИНЕМАТИКА КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Колебательное движение — движение вдоль одного и того же отрезка с изменением направления движения (подобно колебаниям маятника). Вращательное и колебательное движения взаимосвязаны. Например, при наблюдении вращения Луны вокруг Земли с большого расстояния в плоскости орбиты кажется, что Луна колеблется с амплитудой, равной радиусу орбиты с периодом T , равным одному месяцу.

Амплитуда колебаний — максимальное отклонение колеблющейся величины от положения равновесия.

Период колебаний — интервал времени, в течение которого происходит одно полное колебание.

Сначала получим закон колебательного движения $x(t)$ Луны графически ①. Для этого отметим ее положение на орбите вокруг Земли в шестнадцать точках, разделенных по времени интервалами $T/16$, при наблюдении в плоскости орбиты и перпендикулярно к ней. Для построения графика $x(t)$ нанесем на оси t равномерную шкалу с ценой деления $T/16$, а по оси X соответствующие координаты в плоскости орбиты ②. Через период T Луна вновь проходит через первоначальное положение, а график закона колебаний продолжается по оси t с периодом T ③.

Закон колебательного движения $x(t)$ Луны можно получить из связи ее вращательного и колебательного движения ④. Координаты Луны по осям X и Y связаны с радиусом орбиты r и углом поворота радиуса-вектора $\vec{r}$:

$$x = r \cos \alpha,$$

$$y = r \sin \alpha.$$

За время t угол поворота $\alpha = \omega t$, где ω — угловая скорость вращения. При этом координаты изменяются по закону:

$$x = r \cos \omega t,$$

$$y = r \sin \omega t.$$

Гармонические колебания — колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется со временем синусоидально (или косинусоидально).

Взаимосвязь вращательного и колебательного движения дает возможность найти **скорость и ускорение при колебательном движении**.

Линейная скорость при вращательном движении направлена перпендикулярно радиусу-вектору и образует с вертикалью угол ωt , равный углу поворота (как углу с соответственно перпендикулярными сторонами) ⑤. Ее проекция на ось X — скорость при гармонических колебаниях:

$$v_x = -v \sin \omega t = -\omega r \sin \omega t.$$

При равномерном вращении по окружности ускорение частицы направлено к центру окружности и равно ⑥

$$a_n = \omega^2 r.$$

Угол, который образует нормальное ускорение с вектором $\vec{a}_x$, равен ωt . Проекция вектора ускорения на ось X определяет ускорение при гармонических колебаниях по оси X :

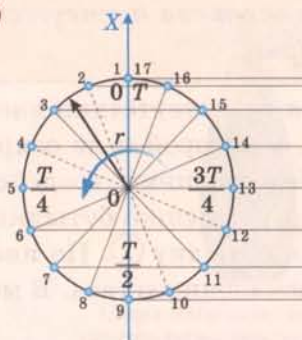
$$a_x = -a_n \cos \omega t = -\omega^2 r \cos \omega t.$$

ВЗАИМОСВЯЗЬ ВРАЩАТЕЛЬНОГО И КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЙ

СВЯЗЬ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ЛУНЫ ВОКРУГ ЗЕМЛИ С ЕЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫМ ДВИЖЕНИЕМ В ПЛОСКОСТИ ОРБИТЫ

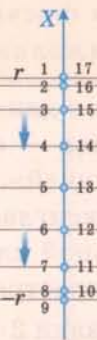
1. Положение Луны через равные промежутки времени $\Delta t = T/16$ при наблюдении перпендикулярно плоскости орбиты

①



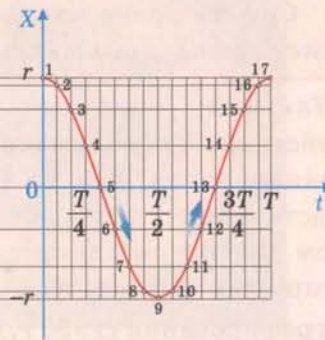
2. Положение Луны через равные промежутки времени $\Delta t = T/16$ при наблюдении в плоскости орбиты

②



3. График закона колебания Луны при наблюдении в плоскости орбиты

③

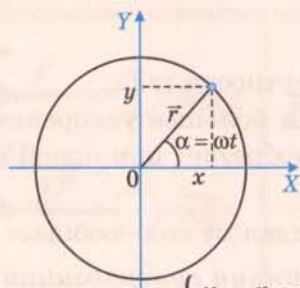


Гармонические колебания – колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется со временем синусоидально (или косинусоидально)

КООРДИНАТА, СКОРОСТЬ И УСКОРЕНИЕ ЧАСТИЦЫ ПРИ КОЛЕБАТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ

Связь законов равномерного движения по окружности в векторной и координатной форме

④

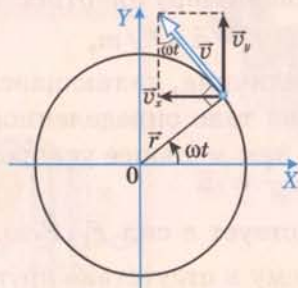


r – амплитуда колебаний

$$\begin{cases} x = r \cos \omega t \\ y = r \sin \omega t \end{cases}$$

Скорость колебательного движения по оси X

⑤

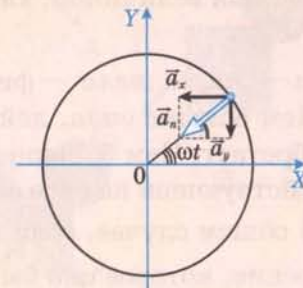


Скорость v_x

$$v_x = -v \sin \omega t = -\omega r \sin \omega t$$

Ускорение при колебательном движении по оси X

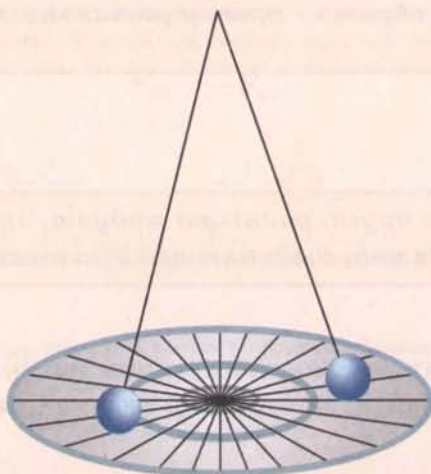
⑥



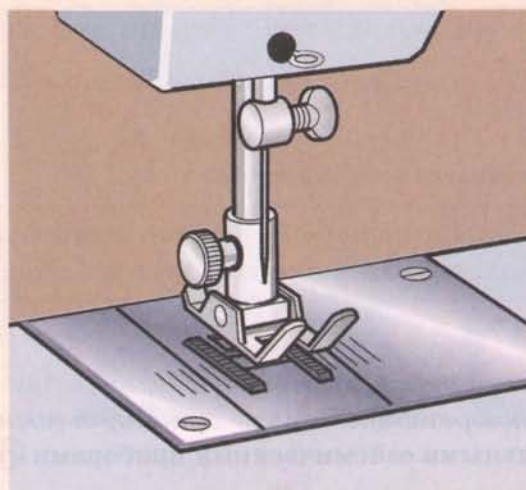
Ускорение a_x

$$a_x = -a_n \cos \omega t = -\omega^2 r \cos \omega t$$

КОЛЕБАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ МАЯТНИКА ФУКО



КОЛЕБАНИЯ ИГЛЫ ШВЕЙНОЙ МАШИНЫ



§8. ЗАКОНЫ НЬЮТОНА

В XVII веке выдающийся английский ученый **Исаак Ньютон** сформулировал три закона, описывающих движение макроскопических тел со скоростями, много меньшими скорости света.

Первый закон Ньютона:

Существуют инерциальные системы отсчета, в которых все тела в отсутствие внешнего воздействия движутся прямолинейно и равномерно.

Инерция — явление сохранения состояния движения или покоя при отсутствии внешних воздействий. **Инерциальная система отсчета** — система отсчета, в которой тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения без внешних воздействий. Вследствие инерции монета, лежащая на плексигласе, закрывающем горлышко бутылки, при резком щелчке по плексигласу в горизонтальной плоскости падает в бутылку ①. По инерции расширяется от места взрыва в окружающее пространство облако раскаленного газа. В момент фотографирования (1990 г.) его диаметр составлял $2 \cdot 10^{13}$ км ②.

При наличии результирующего внешнего воздействия тело движется ускоренно или деформируется.

Сила — векторная физическая величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет форму и размеры.

Коэффициент пропорциональности между силой и ускорением для данного тела является постоянной величиной, характеризующей меру инертности тел ③:

$$\vec{a} = \vec{F} / m,$$

где m — **масса тела** — физическая величина, являющаяся мерой инертности тела.

Чем больше сила, действующая на тело определенной массы, тем большее ускорение оно приобретает. Чем больше масса тела, тем меньшее ускорение оно приобретает при одной и той же действующей на него силе.

В общем случае, если на тело действует n сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$, то каждая из сил сообщает телу ускорение, которое она бы сообщила ему в отсутствие других сил. **Принцип суперпозиции (наложения) сил** ④: Результирующая (равнодействующая) сила, действующая на тело со стороны других тел, равна векторной сумме сил, с которыми каждое из этих тел действует на данное тело.

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n.$$

Второй закон Ньютона:

В инерциальной системе отсчета ускорение тела прямо пропорционально векторной сумме всех действующих на тело сил и обратно пропорционально массе тела:

$$\vec{a} = \sum \vec{F} / m.$$

Третий закон Ньютона:

Силы, с которыми два тела действуют друг на друга, равны по модулю, противоположны по направлению и действуют вдоль прямой, соединяющей эти тела:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Третий закон Ньютона справедлив при любых массах взаимодействующих тел ⑤. Ускорение, приобретаемое Землей при старте космического корабля, может быть зафиксировано чувствительными сейсмическими приборами ⑥.

ПЕРВЫЙ ЗАКОН НЬЮТОНА

Материальная точка (тело) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит ее (его) изменить это состояние

①



Сохранение состояния покоя: монета проваливается в бутылку

Расширение облака раскаленного газа, образовавшегося при взрыве сверхновой звезды (1987А), в космическом пространстве

②

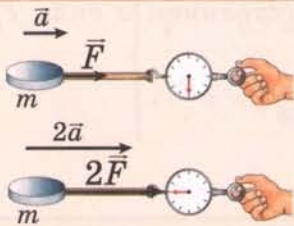


ВТОРОЙ ЗАКОН НЬЮТОНА

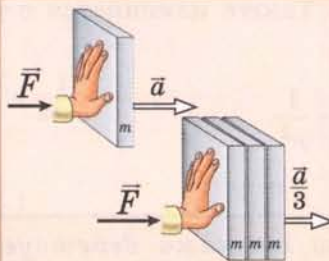
В инерциальной системе отсчета ускорение тела прямо пропорционально векторной сумме всех действующих на тело сил и обратно пропорционально массе тела

③

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m}$$



Ускорение тела прямо пропорционально силе, действующей на тело

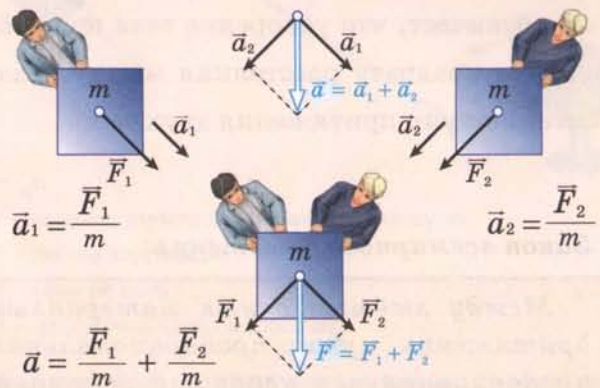


Ускорение тела обратно пропорционально его массе

④

ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦИИ ТЕЛ

Результирующая (равнодействующая) сила, действующая на частицу со стороны других тел, равна векторной сумме сил, с которыми каждое из этих тел действует на частицу

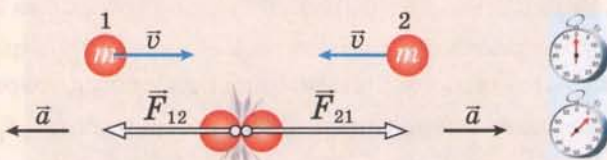


ТРЕТИЙ ЗАКОН НЬЮТОНА

Силы, с которыми два тела действуют друг на друга, равны по модулю, противоположны по направлению и действуют вдоль прямой, соединяющей эти тела

⑤

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$



Равенство сил действия и противодействия при столкновении двух одинаковых шаров

$$\vec{F}_{12} = m\vec{a}_1; \vec{F}_{21} = m\vec{a}_2 \quad (\vec{a}_1 = -\vec{a}_2)$$

⑥

Старт ракеты "Протон"



§9. ЗАКОН ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ

В 1685 г. **Исаак Ньютон** предположил, что движение земных объектов и небесных тел подчиняется общим закономерностям: все тела притягиваются друг к другу гравитационными силами. Единый универсальный закон тяготения справедлив для всей Вселенной: свободное падение яблока на Землю и движение Луны имеют общую причину — гравитационное притяжение к Земле.

Радиус действия гравитационного притяжения неограничен. Выясним зависимость силы притяжения от расстояния между телами ①. Для этого достаточно знать зависимость ускорения от расстояния между телами, так как $F_g = ma$.

Луна, вращаясь вокруг Земли с периодом $T = 27,2$ сут $= 2,36 \cdot 10^6$ с, находится на расстоянии $r = 384000$ км от Земли, в 60 раз большем радиуса Земли $R_{\oplus} = 6400$ км:

$$\frac{R_{\oplus}}{r} = \frac{1}{60}.$$

Нормальное (центростремительное) ускорение Луны, приобретаемое под действием гравитационного притяжения Земли, $a_n = 4\pi^2 r / T^2 = 0,0027$ м/с², можно сравнить с ускорением свободного падения $g = 9,8$ м/с² на Землю.

$$\frac{a_n}{g} = \frac{0,0027}{9,8} = \frac{1}{3600} = \frac{1}{60^2} = \left(\frac{R_{\oplus}}{r}\right)^2.$$

Это означает, что ускорение тела под действием гравитационной силы F_g обратно пропорционально квадрату расстояния между телами. Также изменяется с расстоянием и сила F_g гравитационного притяжения двух тел:

$$a_n \sim F_g \sim \frac{1}{r^2}.$$

Закон всемирного тяготения:

Между любыми двумя материальными точками действует сила взаимного притяжения, прямо пропорциональная произведению масс этих точек, обратно пропорциональная квадрату расстояния между ними, направленная вдоль прямой, соединяющей эти точки:

$$F_g = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

где G — **гравитационная постоянная** (коэффициент пропорциональности, одинаковый для всех тел) ②.

В 1798 г. гравитационная постоянная была измерена английским физиком **Генри Кавендишем** с помощью крутильных весов ③.

Два шарика 1, имеющих одинаковую массу m_1 , укреплены на концах легкого коромысла 2, подвешенного на упругой нити 3. Шары находятся на расстоянии r от более массивных шаров 4 массой m_2 . Под действием сил притяжения малых шаров к большим коромысло поворачивается. По углу закручивания нити определяется сила гравитационного притяжения F_{12} шариков массами m_1 и m_2 . Кавендиш нашел числовое значение гравитационной постоянной:

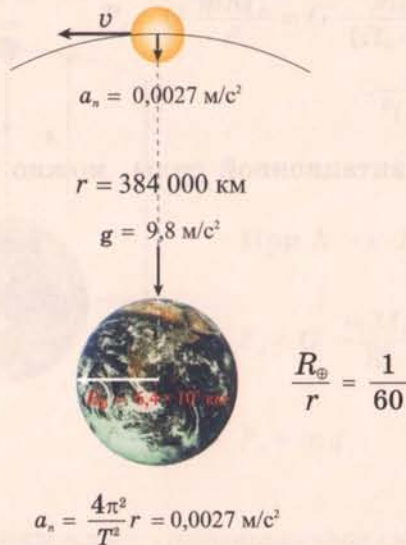
$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2.$$

Гравитационная постоянная численно равна силе гравитационного притяжения двух тел, массой по 1 кг каждое, находящихся на расстоянии 1 м одно от другого.

ГРАВИТАЦИОННОЕ ПРИТЯЖЕНИЕ

①

Совпадение нормального ускорения Луны, вращающейся вокруг Земли, с ускорением, приобретаемым Луной под действием силы притяжения к Земле



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{a_n}{g} = \frac{0,0027 \text{ м/с}^2}{9,8 \text{ м/с}^2} = \frac{1}{3600} \\ \left(\frac{R_{\oplus}}{r} \right)^2 = \left(\frac{1}{60} \right)^2 = \frac{1}{3600} \end{array} \right.$$

$$a_n \sim F_g \sim \frac{1}{r^2}$$

Сила гравитационного притяжения двух тел обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними

ЗАКОН ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ

②

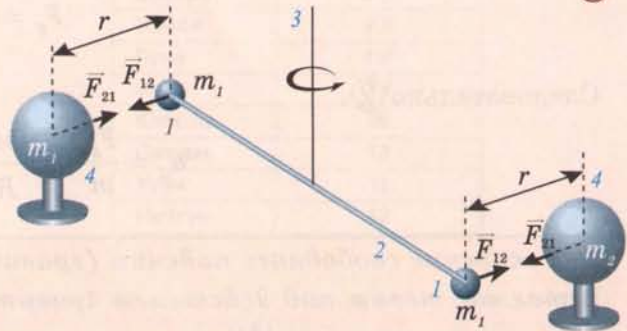
$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

где G – гравитационная постоянная (коэффициент пропорциональности, одинаковый для всех тел)

Принципиальная схема опыта Кавендиша по определению гравитационной постоянной

Крутильные весы

③



1 – шарики, имеющие одинаковую массу m_1

2 – легкое коромысло

3 – упругая нить

4 – массивные шары массой m_2

Под действием сил притяжения малых шаров к большим коромысло поворачивается. По углу закручивания нити определяется сила гравитационного притяжения F_{12} шариков массами m_1 и m_2

ЮПИТЕР СО СПУТНИКАМИ



$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н м}^2 / \text{кг}^2$$

Гравитационная постоянная численно равна силе гравитационного притяжения двух тел, массой по 1 кг каждое, находящихся на расстоянии 1 м одно от другого

§10. СИЛА ТЯЖЕСТИ

Все тела притягиваются друг к другу гравитационными силами.

Сила тяжести — гравитационная сила, действующая на тело ①.

Например, на тело массой m , находящееся на высоте h над поверхностью Земли, действует гравитационная сила притяжения Земли:

$$F_g = G \frac{mM_{\oplus}}{r^2} = G \frac{mM_{\oplus}}{(R_{\oplus} + h)^2}.$$

Ускорение, приобретаемое телом под действием гравитационной силы, можно найти из второго закона Ньютона:

$$a_g = G \frac{mM_{\oplus}}{(R_{\oplus} + h)^2}.$$

Вблизи поверхности Земли ($h \ll R_{\oplus}$)

$$F_g = G \frac{mM_{\oplus}}{R_{\oplus}^2}.$$

Следовательно ②,

$$a_g = \frac{F_g}{m} = G \frac{M_{\oplus}}{R_{\oplus}^2} = g = 9,8 \text{ м/с}^2.$$

Ускорение свободного падения (гравитационное ускорение) — ускорение, приобретаемое телом под действием гравитационной силы вблизи поверхности небесных тел (планет, звезд).

Гравитационное ускорение у поверхности планет Солнечной системы зависит от массы и радиуса планеты ③.

В отсутствие сопротивления воздуха все тела вблизи поверхности Земли падают с одинаковым ускорением g . Английский ученый **Роберт Бойль** наблюдал синхронное падение различных предметов в сосуде, из которого был откачан воздух ④. В вакууме яблоко и перо падают синхронно. Синхронное падение птичьего пера и молотка на поверхность Луны наблюдали американские астронавты **Д. Скотт** и **Дж. Ирвин**.

В воздухе падение тел происходит иначе, чем в вакууме. На тело, движущееся в воздухе, действует сила сопротивления воздуха. Свободно падающее тело вначале движется, как в вакууме, с ускорением свободного падения, так как сила сопротивления воздуха пренебрежимо мала при небольшой скорости. Увеличение скорости падения тела приводит к увеличению силы сопротивления воздуха и соответственно к уменьшению ускорения тела. Когда сила сопротивления воздуха становится равной силе притяжения тела к Земле, ускорение тела оказывается равным нулю. Вблизи Земли тела, падающие с большой высоты, имеют постоянную скорость ⑤.

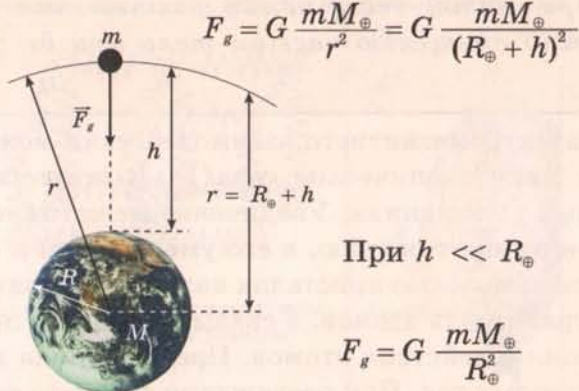
Легкие тела с большой площадью поверхности (снежинки, листья) через короткий промежуток времени начинают двигаться в воздухе равномерно с небольшой скоростью.

Скорость тяжелых предметов при падении в атмосфере Земли возрастает в течение нескольких первых секунд, а затем остается постоянной (порядка 100 м/с).

СИЛА ТЯЖЕСТИ

Гравитационная сила в поле тяжести Земли

①



При $h \ll R_{\oplus}$

$$F_g = G \frac{mM_{\oplus}}{R_{\oplus}^2}$$

$$F_g = mg$$

Сила тяжести – гравитационная сила, действующая на тело

УСКОРЕНИЕ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ

При $h \ll R_{\oplus}$

② $a_g = g = \frac{F_g}{m} = G \frac{M_{\oplus}}{R_{\oplus}^2} = 9,8 \text{ м/с}^2$

Ускорение свободного падения (гравитационное ускорение) – ускорение, приобретаемое телом под воздействием гравитационной силы вблизи поверхности небесных тел (планет, звезд)

ГРАВИТАЦИОННОЕ УСКОРЕНИЕ НА ПЛАНЕТАХ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ

③

Планета	Гравитационное ускорение, м/с ²
Меркурий	3,7
Венера	8,9
Земля	9,8
Луна	1,6
Марс	3,7
Юпитер	26
Сатурн	12
Уран	11
Нептун	12

ПАДЕНИЕ ТЕЛ В ОТСУТСТВИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ ВОЗДУХА

④



Синхронное свободное падение яблока и пера в вакууме

ПАДЕНИЕ ТЕЛ В ВОЗДУХЕ

Скорость падения тел с большой высоты на Землю

⑤

Падающее тело	Скорость падения различных тел с большой высоты на Землю, м/с
Перо птицы	0,4
Лист бумаги	0,5
Снежинка	1
Парашютист (раскрытый парашют)	7
Монета	9
Мышь	13
Парашютист (нераскрытый парашют)	60
Пуля (крупного калибра)	100
Большой камень	200

§11. СИЛА УПРУГОСТИ, ВЕС ТЕЛА

Внешнее механическое воздействие на тело может приводить к изменению его формы и размеров. Восстановление первоначальных размеров и формы тела происходит в результате действия силы упругости.

Сила упругости — сила, возникающая при малой деформации растяжения (сжатия) тела, направленная противоположно смещению частиц тела при деформации.

Возникновение этой силы обусловлено силами электромагнитного взаимодействия между заряженными частицами, из которых состоят все макроскопические тела ①. В отсутствие внешнего воздействия атомы находятся в равновесных положениях. Увеличение межатомного расстояния по сравнению с равновесным приводит к их притяжению, а его уменьшение к отталкиванию атомов. Поэтому простейшей механической моделью кристалла являются шарики, соединенные пружинами. В этой модели шарики играют роль атомов, а связывающие их пружины имитируют особенности электромагнитного взаимодействия атомов. Предложенная модель позволяет просто объяснить упругие свойства твердых тел. При растяжении твердого тела увеличивается среднее расстояние между атомами (пружины растягиваются). Поэтому суммарная сила притяжения атомов (сила упругости пружин) стремится сжать тело до первоначальных размеров. В случае сжатия тела уменьшение межатомных расстояний (сжатие пружин) приводит к возникновению силы отталкивания атомов (растягивающей упругой силы), восстанавливающей первоначальную длину тела.

Если воздушный шарик прижимается к стене с силой $\vec{F}$, то на руку действует *сила нормальной реакции опоры* $\vec{N}_1$ — сила упругости, действующая на тело со стороны опоры перпендикулярно ее поверхности ②. О величине силы упругости можно судить по степени растяжения или сжатия пружины.

Закон Гука:

Модуль силы упругости $F_{\text{упр}}$, возникающей при деформации пружины (тела), пропорционален ее удлинению $\Delta l = |l - l_0|$,

где l — длина пружины, l_0 — длина нерастянутой пружины ③:

$$F_{\text{упр}} = k \Delta l.$$

Закон Гука справедлив при малом удлинении $\Delta l \ll l_0$.

На тело массой m , подвешенное на пружине, действует сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения $\vec{T}$ ④. *Сила натяжения* — сила упругости, действующая на тело со стороны нити или пружины. В равновесии $T = mg$. По третьему закону Ньютона на пружину со стороны тела действует в направлении силы тяжести сила упругости, или вес, равный по модулю и противоположно направленный силе натяжения: $\vec{P} = -\vec{T}$. При подвешивании тела на подвес (пружину) будет действовать упругая сила, направленная вниз.

Вес тела — суммарная сила упругости тела, действующая при наличии силы тяжести на все опоры, подвесы.

Вес тела на опоре ⑤ определяется приростом суммарной силы отталкивания между атомами, возникающим из-за сжатия тел силой тяжести. Сила тяжести приложена к телу, а вес к опоре, подвесу.

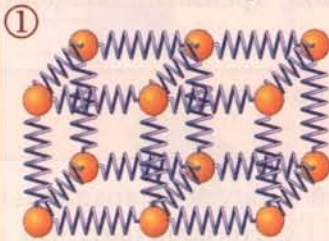
СИЛА УПРУГОСТИ – сила, возникающая при деформации тела и направленная противоположно направлению смещения частиц при деформации

ВЕС ТЕЛА – суммарная сила упругости тела, действующая при наличии силы тяжести на все опоры, подвесы

УПРУГИЕ ДЕФОРМАЦИИ ТЕЛ

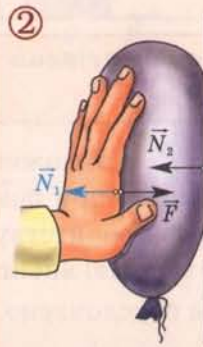
ВОЗНИКНОВЕНИЕ СИЛЫ УПРУГОСТИ ПРИ ПОДВЕШИВАНИИ ТЕЛА

Механическая модель кристалла



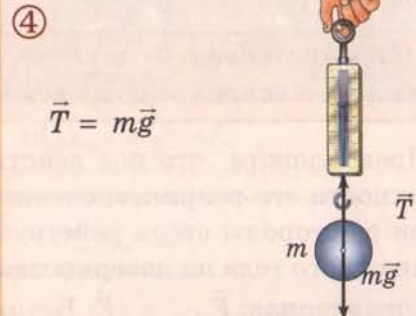
Сила упругости восстанавливает первоначальные размеры и форму тела

Сжатие воздушного шарика под действием силы $\vec{F}$ и силы реакции $\vec{N}_2$ стены

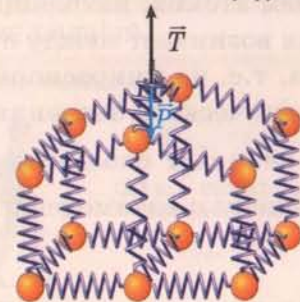


Сила реакции опоры – сила упругости, действующая на тело со стороны опоры перпендикулярно ее поверхности

Измерение веса тела



Модель возникновения силы упругости



$$\vec{P} = -\vec{T}$$

ЗАКОН ГУКА

Модуль силы упругости $F_{\text{упр}}$, возникающей при деформации тела, пропорционален его удлинению Δl

$$\textcircled{3} \quad F_{\text{упр}} = k\Delta l,$$

где k – жесткость пружины,

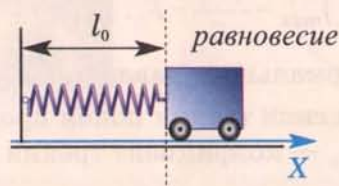
$$\Delta l = |l - l_0| = |\Delta x|,$$

$$\Delta l \ll l_0$$

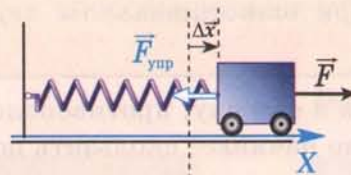
Упругие силы растяжения и сжатия в пружине под действием внешней силы

ВОЗНИКНОВЕНИЕ СИЛЫ УПРУГОСТИ ПРИ РАЗМЕЩЕНИИ ТЕЛА НА ОПОРЕ

а) нерастянутая пружина

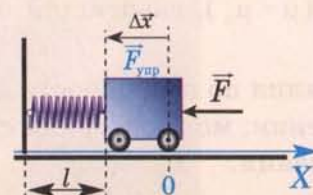


б) растянутая пружина

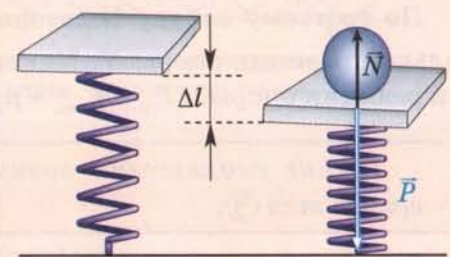


$$\vec{F}_{\text{упр}} = -k\Delta\vec{x}$$

в) сжатая пружина

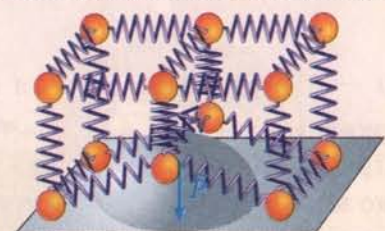


Измерение веса тела



$$\vec{P} = -\vec{N}$$

Модель возникновения силы упругости



$$\vec{P} = m\vec{g}$$

§12. СИЛА ТРЕНИЯ

Сила трения — сила, возникающая при соприкосновении поверхностей тел, препятствующая их относительному перемещению, направленная вдоль поверхности соприкосновения.

При контакте твердых тел возможны три вида трения: трение покоя, трение скольжения, трение качения.

Трение покоя — трение, возникающее при отсутствии относительного перемещения соприкасающихся тел.

Предположим, что под действием внешней силы $\vec{F}$, приложенной к бруску параллельно поверхности его соприкосновения со столом, брусок остается в покое ①. Это означает, что на брусок со стороны стола действует **сила трения покоя**, препятствующая возникновению движения одного тела по поверхности другого, равная по модулю внешней силе, но противоположно направленная: $\vec{F}_{\text{тр.п.}} = -\vec{F}$. Возникновение этой силы обусловлено электромагнитным взаимодействием атомов, находящихся на поверхности соприкосновения тел. Наибольшая сила притяжения возникает между атомами веществ, находящимися на минимальном расстоянии друг от друга, т.е. на микроскопических выступах. Когда приложенная сила достигает максимального критического значения $(F_{\text{тр.п.}})_{\text{max}}$, достаточного для разрыва связей между выступами, брусок начинает скользить по столу. Естественно предположить, что $(F_{\text{тр.п.}})_{\text{max}}$ пропорциональна числу n взаимодействующих выступов и давлению p бруска на стол:

$$(F_{\text{тр.п.}})_{\text{max}} \sim np.$$

Давление равно отношению силы нормального давления $F_{\perp}$, действующей перпендикулярно поверхности соприкосновения тел, к площади поверхности S : $p = F_{\perp} / S$. Число взаимодействующих выступов пропорционально площади поверхности соприкосновения тел: $n \sim S$. Поэтому **максимальная сила трения покоя не зависит от площади соприкосновения поверхностей** ②:

$$(F_{\text{тр.п.}})_{\text{max}} \sim \frac{SF_{\perp}}{S} \sim F_{\perp}.$$

По третьему закону Ньютона сила нормального давления $F_{\perp}$ равна по модулю силе нормальной реакции опоры N . Максимальная сила трения покоя пропорциональна силе нормальной реакции опоры: $(F_{\text{тр.п.}})_{\text{max}} = \mu_n N$, где μ_n — коэффициент трения покоя.

Трение скольжения возникает при относительном перемещении соприкасающихся тел ③.

Сила трения скольжения направлена в сторону, противоположную относительной скорости соприкасающихся тел. Когда одно тело начинает скользить по поверхности другого, связи между атомами первоначально неподвижных тел разрываются — трение уменьшается. Сила трения скольжения

$$F_{\text{тр.}} = \mu N,$$

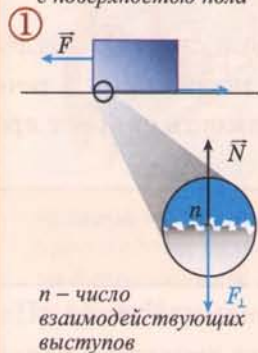
где μ — коэффициент трения скольжения ($\mu < \mu_n$), зависящий от свойств соприкасающихся поверхностей.

При качении колеса ④ без проскальзывания по поверхности **сила трения качения** значительно меньше силы трения при его скольжении: молекулярные связи разрываются при подъеме участков колеса быстрее, чем при скольжении.

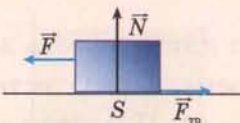
СИЛА ТРЕНИЯ – сила, возникающая при соприкосновении поверхностей тел, препятствующих их относительному перемещению, направленная вдоль поверхности соприкосновения

ТРЕНИЕ ПОКОЯ

Взаимодействие бруска с поверхностью пола



Силы взаимодействия



$$(F_{тр. п})_{\max} \sim np,$$

$$\text{где } p = \frac{F_{\perp}}{S}, n \sim S$$

2 Равенство сил, требующихся для сдвига книги (независимо от ее положения)



$$(F_{тр. п})_{\max} = S \frac{F_{\perp}}{S} = F_{\perp}$$

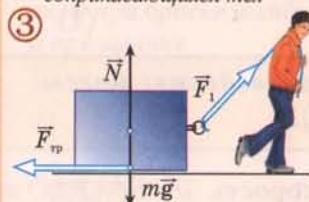
Максимальная сила трения покоя не зависит от площади соприкосновения поверхностей, а пропорциональна силе нормального давления

$$(F_{тр. п})_{\max} = \mu_n N,$$

где μ_n – коэффициент трения покоя

ТРЕНИЕ СКОЛЬЖЕНИЯ

Относительное перемещение соприкасающихся тел



$$F_{тр} = \mu N,$$

где μ – коэффициент трения скольжения ($\mu < \mu_n$), зависящий от свойств соприкасающихся поверхностей

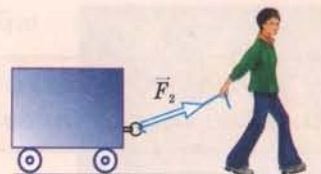
Скольжение фигуристов



ТРЕНИЕ КАЧЕНИЯ

Сравнение сил трения качения и скольжения

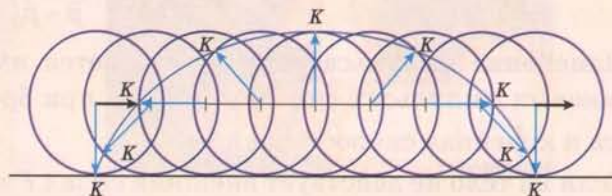
4



$$F_{тр. кач} = \mu_{кач} N,$$

где μ_n – коэффициент трения качения ($\mu_{кач} \ll \mu$)

Траектория точки на ободе колеса при его качении



Молекулярные связи разрываются при подъеме участков колеса быстрее, чем при скольжении

СПОСОБЫ УМЕНЬШЕНИЯ ТРЕНИЯ

Использование смазки



Корабль на воздушной подушке



§13. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

Законы динамики Ньютона описывают движение механической системы в результате взаимодействия ее элементов и действия внешних сил. В случае одномерного движения материальной точки вдоль оси X действующая на нее сила $\vec{F}(x, t)$ может зависеть как от координаты точки x , так и от времени.

Рассмотрим сначала, как на движение тела влияет длительность действия силы ①. Будем считать, что сила $\vec{F}$, начиная действовать в момент времени $t = 0$, остается постоянной в течение времени Δt и затем становится равной нулю при $t > \Delta t$. Подобная зависимость силы от времени реализуется, например, при броске шайбы хоккеистом.

Временной характеристикой действия силы является импульс силы — произведение силы и длительности ее действия $F\Delta t$.

Импульс силы $F\Delta t$ численно равен площади прямоугольника со сторонами F и Δt . Под действием постоянной силы $\vec{F}$ шайба массой m , покоящаяся при $t < 0$, будет двигаться равноускоренно с ускорением $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$. Скорость $\vec{v}$, приобретаемая ей за промежуток времени Δt ,
$$\vec{v} = \vec{a}\Delta t = \frac{\vec{F}\Delta t}{m}.$$

Тогда
$$m\vec{v} = \vec{F}\Delta t. \quad (1)$$

Импульс тела — векторная физическая величина, равная произведению массы тела на его скорость и имеющая направление скорости: $\vec{p} = m\vec{v}$ ②.

Если начальная скорость шайбы равна $\vec{v}_0$, а импульс $\vec{p}_0$, то ее скорость $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{F}\Delta t/m$, а изменение импульса

$$\vec{p} - \vec{p}_0 = \vec{F}\Delta t. \quad (2)$$

Изменение импульса тела определяется импульсом силы, действующей на него ③. При одинаковых импульсах сил $F_1\Delta t_1 = F_2\Delta t_2$ при броске и щелчке будут одинаковы изменения импульса и конечная скорость шайбы.

Если на тело не действует внешняя сила ($\vec{F} = 0$), импульс тела сохраняется: $\vec{p} = \vec{p}_0$.

Реактивное движение — движение, возникающее при отделении от тела с некоторой скоростью какой-либо его части. Важным примером реактивного движения является движение ракеты ④. Отделяющейся частью тела (ракеты) при таком движении является струя горячих газов, образующихся при сгорании топлива. При выхлопе с большой скоростью из ракеты реактивной струи топлива ракета вследствие отдачи устремляется в противоположную сторону.

Замкнутая система тел система тел, для которой равнодействующая внешних сил равна нулю ⑤.

Такую систему образуют, например, два шара массой m_1 и m_2 , движущиеся навстречу друг другу с начальной скоростью $\vec{v}_{10}$ и $\vec{v}_{20}$, если пренебречь внешними силами, действующими на шары (например, силой тяжести).

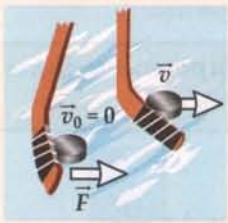
Закон сохранения импульса:

Суммарный импульс замкнутой системы тел остается постоянным при любых взаимодействиях тел системы между собой:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_{10} + m_2\vec{v}_{20}. \quad (3)$$

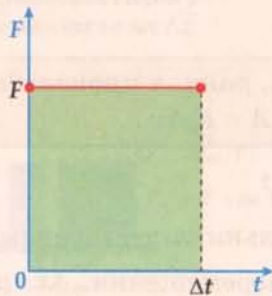
ИМПУЛЬС СИЛЫ – временная характеристика действия силы

① Зависимость силы, действующей на шайбу при броске, от времени



Импульс силы – произведение силы на длительность ее действия:

$$\vec{F} \Delta t$$

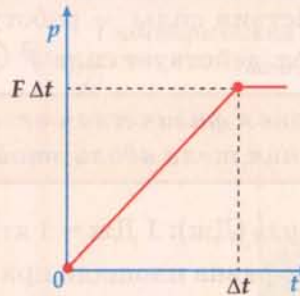


Импульс силы $F \Delta t$ численно равен площади прямоугольника со сторонами F и Δt

②

ИМПУЛЬС ТЕЛА

Зависимость импульса шайбы от времени



$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$\vec{v} = \vec{a} \Delta t = \frac{\vec{F}}{m} \Delta t$$

$$\vec{p} = m \vec{v} = \vec{F} \Delta t$$

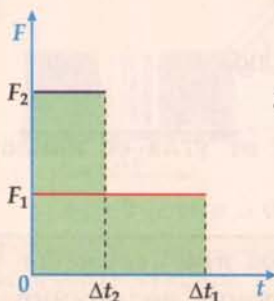
Импульс тела – векторная физическая величина, равная произведению массы тела на его скорость и имеющая направление скорости:

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

③

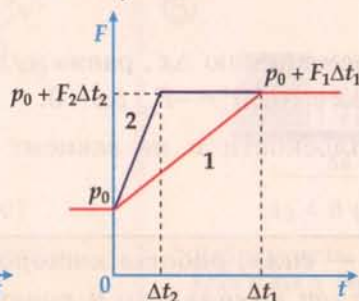
ИЗМЕНЕНИЕ ИМПУЛЬСА ТЕЛА

Равенство импульсов силы при броске шайбы и при щелчке



$$F_1 \Delta t_1 = F_2 \Delta t_2$$

Зависимость импульса шайбы при броске (1) и при щелчке (2) от времени



$$\vec{p} - \vec{p}_0 = \vec{F} \Delta t$$

④

РЕАКТИВНОЕ ДВИЖЕНИЕ

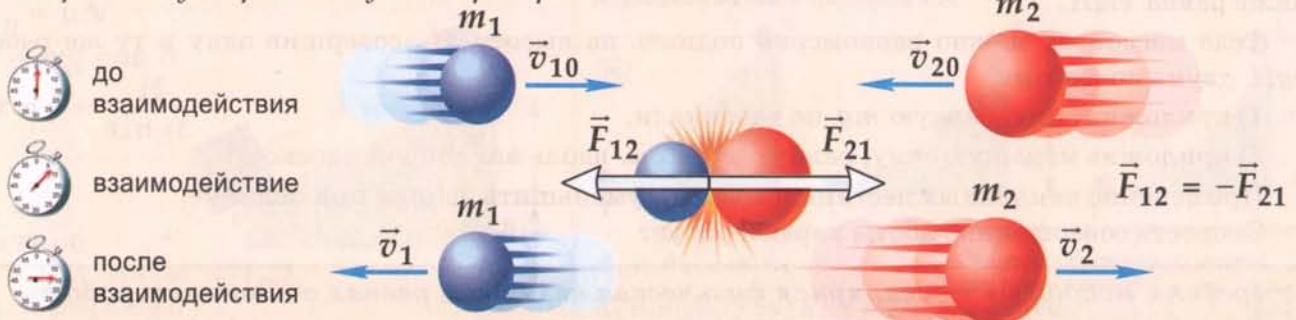
Старт ракеты "Союз-ТМА"



⑤

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

Сохранение суммарного импульса шаров при их столкновении



Замкнутая система – система тел, для которой равнодействующая внешних сил равна нулю

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_{10} + m_2 \vec{v}_{20}$$

Суммарный импульс замкнутой системы тел остается постоянным при любых взаимодействиях тел системы между собой

§14. РАБОТА СИЛЫ

По аналогии с временной характеристикой силы (импульсом силы) введем пространственную характеристику действия силы — работу. Предположим, что на тело, движущееся вдоль оси X , на перемещении Δx действует сила $\vec{F}$ ①.

Работа — скалярная физическая величина, равная произведению проекции силы на ось X и перемещения тела вдоль этой оси: $A = F_x \Delta x$.

Единица работы *джоуль* (Дж): $1 \text{ Дж} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}^2$.

Работа силы численно равна площади прямоугольника со сторонами F_x и Δx ②.

Проекция силы F_x на направление вектора перемещения $\Delta \vec{x}$ равна проекции вектора силы $\vec{F}$ на ось X : $F_x = F \cdot \cos \alpha$, где α — угол между вектором силы $\vec{F}$ и вектором перемещения $\Delta \vec{x}$ ③. Тогда $A = F \Delta x \cos \alpha$.

Работа силы $\vec{F}$ при перемещении $\Delta \vec{x}$ равна произведению модулей этих векторов и косинуса угла между ними. Знак работы определяется знаком $\cos \alpha$.

Работа силы положительна ($A_1 > 0$), если угол α острый ($0^\circ \leq \alpha < 90^\circ$), $\cos \alpha > 0$ ④.

Работа силы отрицательна ($A_2 < 0$), если угол α тупой ($90^\circ \leq \alpha < 180^\circ$), $\cos \alpha < 0$ ⑤.

Работа силы, перпендикулярной перемещению ($\alpha = 90^\circ$), равна нулю, $\cos 90^\circ = 0$ ⑥.

В качестве примера найдем работу сил, действующих на тело, соскальзывающее с наклонной плоскости ⑦. На скользящее тело действует сила тяжести $m\vec{g}$, сила нормальной реакции опоры $\vec{N}$ и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$.

Работа силы реакции, перпендикулярной перемещению Δx , равна нулю.

Работа силы трения отрицательна: $A_{\text{тр.}} = F_{\text{тр.}} \Delta x \cos 180^\circ = -F_{\text{тр.}} \Delta x < 0$.

Работа силы тяжести зависит от высоты плоскости и не зависит от угла ее наклона: $A_g = mgl \cdot \cos(90^\circ - \alpha) = mgH$.

Сила тяжести — потенциальная сила — сила, работа которой при перемещении материальной точки зависит только от начального и конечного положений точки в пространстве (но не зависит от формы траектории) ⑧.

Полная работа силы тяжести при перемещении частицы из точки 0 в точку 1 по двум прямолинейным участкам 0–2 и 2–1: $A = A_{0-2} + A_{2-1} = mgh_1 + mgh_2 = mgH$.

При движении тела по произвольной траектории между точками 0 и 1 работа силы тяжести также равна mgH .

Тело массой m можно равномерно поднять на высоту H , совершив одну и ту же работу mgH двумя способами:

- 1) приложив силу, равную mg по вертикали,
- 2) приложив меньшую силу, равную $mg \sin \alpha$, вдоль наклонной плоскости.

Применение наклонных лестниц позволяет уменьшить усилия при подъеме.

Скорость совершения работы характеризует

средняя мощность — скалярная физическая величина, равная отношению работы к промежутку времени, за который она совершена:

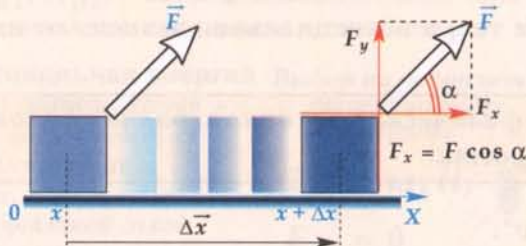
$$P_{\text{ср.}} = \frac{A}{t}.$$

Единица мощности — *ватт* (Вт): $1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж/с}$.

РАБОТА КАК ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ДЕЙСТВИЯ СИЛЫ

①

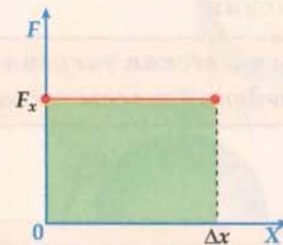
Работа, совершаемая силой $\vec{F}$ при перемещении тела на $\Delta\vec{x}$



Работа – скалярная физическая величина, равная произведению проекции силы на ось X на перемещение по этой оси: $A = F_x \Delta x$

②

Геометрический смысл работы – площадь под кривой $F_x(x)$



$$A = F_x \Delta x$$

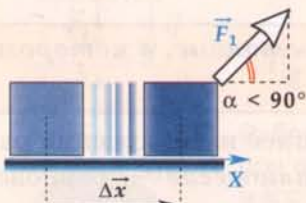
Зависимость знака работы от взаимной ориентации силы и перемещения

③ Работа силы $\vec{F}$ при перемещении на $\Delta\vec{x}$ равна произведению модулей этих векторов и косинуса угла между ними:

$$A = F_x \Delta x \cos \alpha$$

Знак работы определяется знаком $\cos \alpha$

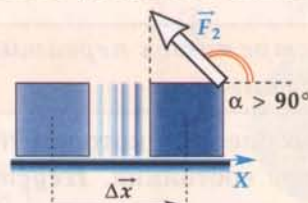
④



$$A_1 > 0 (\cos \alpha > 0)$$

Работа силы положительна, если угол α острый ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$)

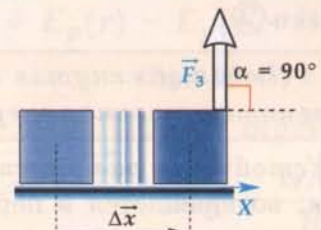
⑤



$$A_2 < 0 (\cos \alpha < 0)$$

Работа силы отрицательна, если угол α тупой ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$)

⑥



$$A_3 = 0 (\cos \alpha = 0)$$

Работа силы, перпендикулярной перемещению, равна нулю ($\alpha = 90^\circ$)

РАБОТА СИЛ РЕАКЦИИ, ТРЕНИЯ, ТЯЖЕСТИ

Работа сил, действующих на тело, соскальзывающее с наклонной плоскости

$$F_{\text{тр}} = \mu N$$

$$N = mg \cos \alpha$$

$$\Delta x = l = \frac{H}{\sin \alpha}$$

$$A_N = 0$$

($\cos 90^\circ = 0$)

$$A_{\text{тр}} = F_{\text{тр}} \Delta x \cos 180^\circ = -F_{\text{тр}} \Delta x$$

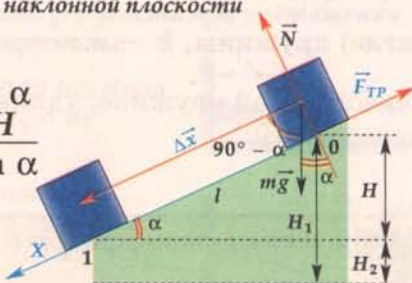
$$A_{\text{тр}} = -\mu mgH \operatorname{ctg} \alpha < 0$$

Работа силы трения отрицательна

$$A_g = mgl \cos (90^\circ - \alpha) = mgH$$

Работа силы тяжести не зависит от угла наклона плоскости

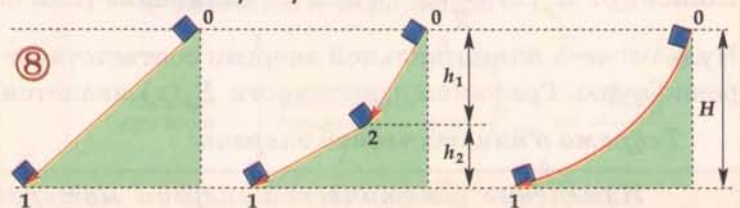
На скользящее тело действует сила тяжести $m\vec{g}$, сила реакции опоры $\vec{N}$ и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$



Сила тяжести – потенциальная сила

Потенциальная сила – сила, работа которой при перемещении материальной точки зависит только от начального и конечного положений точки в пространстве

⑧



$$A_g = A_{0-2} + A_{2-1}$$

$$A_g = mgh_1 + mgh_2 = mgH$$

Работа силы тяжести не зависит от формы траектории при перемещении тела из точки 0 в точку 1

Снижение физических усилий при применении наклонных лестниц



§15. ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ

Энергия является физической величиной, характеризующей способность тела (или системы тел) совершать работу при изменении своего состояния. **Полная механическая энергия** E тела (системы тел) складывается из кинетической и потенциальной энергии: $E = E_k + E_p$.

Кинетическая энергия обусловлена движением тел, а потенциальная зависит от их взаимного положения.

Кинетическая энергия тела — скалярная физическая величина, равная половине произведения массы тела на квадрат его скорости:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2.$$

Потенциальная энергия тела в данной точке — скалярная физическая величина, равная работе, совершаемой потенциальной силой при перемещении тела из этой точки в точку, принятую за нуль отсчета потенциальной энергии ①.

Нуль отсчета потенциальной энергии выбирается произвольно. Работа силы тяжести, как и любой потенциальной силы, определяется разностью потенциальных энергий в начальном и конечном состояниях: $A_g = E_{p1} - E_{p2}$. Потенциальная энергия материальной точки массой m , поднятой на высоту H над нулем отсчета: $E_p = mgH$. **Принцип минимума потенциальной энергии** ②:

Любая замкнутая система стремится перейти в такое состояние, в котором ее потенциальная энергия минимальна.

Устойчивое равновесие — равновесие, при котором тело, выведенное из положения равновесия, возвращается в первоначальное состояние. **Неустойчивое равновесие** — равновесие, при котором тело, выведенное из положения равновесия, не возвращается в первоначальное состояние. **Безразличное равновесие** — равновесие, при котором соседние положения тела также являются равновесными.

Потенциальная энергия тела массой m , находящегося в поле тяжести Земли на расстоянии r от ее центра ③, имеет вид: $E_p(r) = -GmM_{\oplus}/r$ ④. Нуль отсчета потенциальной энергии выбран на бесконечно большом расстоянии от центра Земли. Графиком зависимости $E_p(r)$ является отрицательная гипербола. Потенциальная энергия упругодеформированной пружины равна работе силы упругости при переходе пружины из деформированного состояния в недеформированное ⑤: $E_p(x) = \frac{1}{2}kx^2$, где x — удлинение (или сжатие) пружины, k — жесткость пружины.

Нуль отсчета потенциальной энергии соответствует нерастянутой пружине, удлинение которой равно нулю. Графиком зависимости $E_p(x)$ является парабола ⑥.

Теорема о кинетической энергии:

Изменение кинетической энергии материальной точки равно работе всех сил, действующих на эту точку:

$$E_k - E_{k0} = A.$$

Консервативная система — механическая система, в которой действуют только потенциальные силы. Закон сохранения механической энергии:

В консервативной системе полная механическая энергия сохраняется (не изменяется со временем):

$$E_k + E_p = E_{k0} + E_{p0}.$$

ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ

Работа потенциальной силы – силы тяжести

$$① \quad A_p = E_{p1} - E_{p2},$$

где E_{p1} , E_{p2} – потенциальная энергия тела в начальном и конечном положениях

Потенциальная энергия Выбор нуля отсчета тела в данной точке – скалярная физическая величина, равная работе, совершаемой потенциальной силой при перемещении тела из этой точки в точку, принятую за нуль отсчета потенциальной энергии

$$E_{p1} = mgH, \quad m$$

$$E_{p2} = 0$$

Принцип минимума потенциальной энергии

Любая замкнутая система стремится перейти в такое состояние, в котором ее потенциальная энергия минимальна

② **Равновесие шара на опоре:**

а) устойчивое

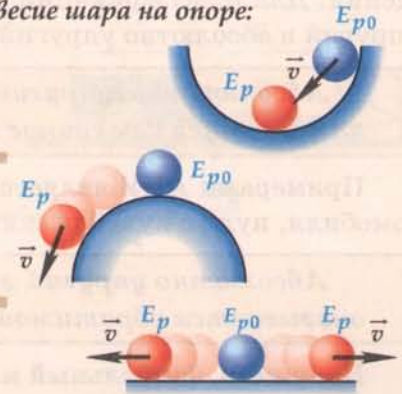
$$E_p < E_{p0}$$

б) неустойчивое

$$E_p < E_{p0}$$

в) безразличное

$$E_p = E_{p0}$$



РАБОТА СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

Перемещение тела к Земле под действием силы тяжести

③

Сила тяжести тела на расстоянии r

$$F_g = G \frac{mM_{\oplus}}{r^2}$$

Работа силы тяжести при перемещении тела массой m из точки 1 в точку 2

$$A_g = F_g H \cos 0^\circ =$$

$$= G \frac{mM_{\oplus}}{r^2} H$$

$H \ll r$

Потенциальная энергия тела в гравитационном поле

Зависимость потенциальной энергии тела от расстояния между телом и центром Земли

④

$$A_g = E_p(r) - E_p(r - H)$$

При $H \ll r$

$$A_g = mgH,$$

где $g = \frac{GM_{\oplus}}{R_{\oplus}^2}$

$$E_p(r) = -G \frac{mM_{\oplus}}{r}$$

Начало отсчета потенциальной энергии находится на бесконечно большом расстоянии от центра Земли

РАБОТА СИЛЫ УПРУГОСТИ

⑤ **Работа силы упругости при растяжении и сжатии пружины:**

а) нерастянутая пружина длиной l_0 ($\Delta x_0 = 0$)

$$F_{упр} = 0$$

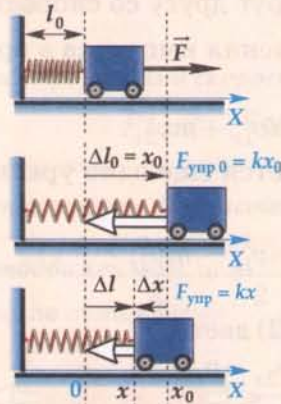
б) растянутая пружина длиной $l_0 + \Delta l_0$ ($\Delta l_0 = x_0$)

$$F_{упр0} = kx_0$$

в) сжимающаяся пружина длиной $l_0 + \Delta l$ ($\Delta l = x$)

$$F_{упр} = kx$$

$$A_{упр} = \frac{k}{2} (x_0 + x)(x_0 - x) = \frac{kx_0^2}{2} - \frac{kx^2}{2}$$



Потенциальная энергия тела при упругом взаимодействии

⑥ **Зависимость потенциальной энергии упругой пружины от ее деформации**

$$A_{упр} = E_{p0} - E_p,$$

где $E_{p0} = \frac{kx_0^2}{2}$

$$E_p = \frac{kx^2}{2},$$

где x – удлинение (или сжатие) пружины,

k – жесткость пружины

Начало отсчета потенциальной энергии ($E_p = 0$) соответствует нерастянутой пружине, удлинение x которой равно нулю

Глава 3. Законы сохранения

§16. АБСОЛЮТНО НЕУПРУГОЕ И АБСОЛЮТНО УПРУГОЕ СТОЛКНОВЕНИЯ

Под столкновением в физике понимают взаимодействие тел при их относительном перемещении. Для классификации реальных столкновений вводят физические модели: абсолютно неупругий и абсолютно упругий удар.

Абсолютно неупругий удар (АНУ) — столкновение, в результате которого тела движутся как единое целое.

Примерами АНУ является столкновение метеорита с Землей, мухи с лобовым стеклом автомобиля, пули с кучей песка, захват нейтрона ядром урана и т.д.

Абсолютно упругий удар (АУУ) — столкновение, при котором деформация тел оказывается обратимой, т.е. исчезающей после прекращения взаимодействия.

Например, футбольный мяч после удара о стенку восстанавливает шарообразную форму. Абсолютно упруго сталкиваются многие элементарные частицы, бильярдные шары, теннисный мяч с ракеткой.

Рассмотрим подробнее абсолютно неупругое столкновение грузовика массой m_1 , движущегося со скоростью v_0 , с легковым автомобилем массой m_2 , стоящим у светофора ①. Закон сохранения импульса для такой замкнутой системы имеет вид:

$$m_1 \vec{v}_0 = (m_1 + m_2) \vec{v},$$

где $\vec{v}$ — общая скорость автомобилей после удара:

$$\vec{v} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \vec{v}_0.$$

При АНУ кинетическая энергия тел до удара $E_{k0} = m_1 v_0^2 / 2$ больше кинетической энергии после удара $E_k = (m_1 + m_2) v^2 / 2$. Часть кинетической энергии грузовика, которая расходуется на деформацию автомобилей, определяется соотношением

$$\gamma = \frac{(E_{k0} - E_k)}{E_{k0}} = \frac{m_2}{(m_1 + m_2)}.$$

Согласно современным представлениям Луна могла возникнуть в результате нецентрального неупругого столкновения Земли с протопланетой размера Марса, в результате которого часть силикатной мантии была выброшена в пространство ②. Постепенно из части мантии, оставшейся на земной орбите, в результате гравитационного притяжения образовалась Луна.

В качестве примера АУУ рассмотрим столкновение двух бильярдных шаров, имеющих одинаковую массу m и движущихся навстречу друг другу со скоростями $\vec{v}_{10}$ и $\vec{v}_{20}$ ③. Найдем скорости $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ шаров после удара. Закон сохранения импульса в проекции на ось X для замкнутой системы шаров имеет вид:

$$mv_{10} + mv_{20} = mv_{1x} + mv_{2x}. \quad (1)$$

Для однозначного определения v_1 и v_2 требуется еще одно уравнение — закон сохранения энергии:

$$\frac{mv_{10}^2}{2} + \frac{mv_{20}^2}{2} = \frac{mv_{1x}^2}{2} + \frac{mv_{2x}^2}{2}. \quad (2)$$

Совместное решение системы уравнений (1), (2) дает:

$$v_{1x} = -v_{20}; \quad v_{2x} = v_{10}.$$

В результате АУУ одинаковые шары обмениваются проекциями скорости на линию, соединяющую их центры.

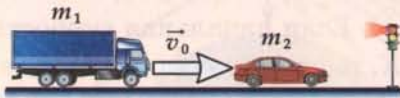
Скорости тел различной массы после АУУ зависят от соотношения масс тел ④, ⑤.

АБСОЛЮТНО НЕУПРУГИЙ УДАР

①

Абсолютно неупругое столкновение грузовика с легковым автомобилем

а) до столкновения



Закон сохранения импульса для замкнутой системы тел "автомобиль – грузовик"

$$m_1 \vec{v}_0 = (m_1 + m_2) \vec{v},$$

где v – их общая скорость после удара

$$\vec{v} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \vec{v}_0$$

б) после столкновения



$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

Перегрузка, испытываемая пассажирами, обратно пропорциональна массе автомобиля

При абсолютно неупругом ударе кинетическая энергия не сохраняется

Часть кинетической энергии грузовика, которая расходуется на деформацию автомашин

$$\gamma = \frac{m_1}{m_1 + m_2}$$

ВОЗМОЖНЫЙ МЕХАНИЗМ ОБРАЗОВАНИЯ ЛУНЫ

②

Протопланета

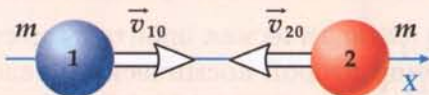


АБСОЛЮТНО УПРУГИЙ УДАР

③

Упругий удар бильярдных шаров:

а) до столкновения



Закон сохранения импульса в проекции на ось X для замкнутой системы шаров:

$$mv_{10} - mv_{20} = mv_{1x} + mv_{2x}$$

б) после столкновения



Закон сохранения энергии:

$$\frac{mv_{10}^2}{2} + \frac{mv_{20}^2}{2} = \frac{mv_{1x}^2}{2} + \frac{mv_{2x}^2}{2}$$

Шары обмениваются проекциями скорости на линию, соединяющую их центры

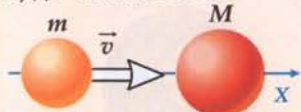
$$v_{1x} = -v_{20}; \quad v_{2x} = v_{10}$$

Столкновение шарика для настольного тенниса с бильярдным шаром

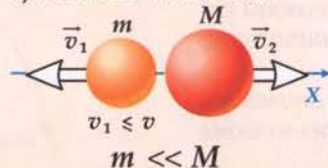
④

До столкновения неподвижен шар

а) до столкновения



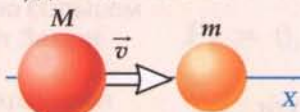
б) после столкновения



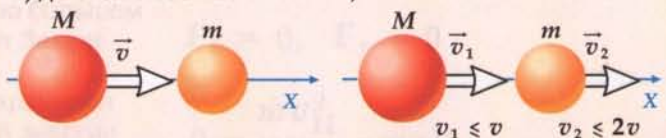
⑤

До столкновения неподвижен шарик

а) до столкновения



б) после столкновения



§17. ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ

Траектории движения астрономических тел в гравитационном поле притяжения зависят от их относительных скоростей. Рассмотрим возможные траектории, по которым могут двигаться тела в поле тяжести Земли, при различных начальных скоростях ①. Если начальная скорость тела, находящегося на высоте H над поверхностью Земли в точке K , равна нулю (либо направлена к центру Земли), тело свободно падает на Землю по **прямой** KF_1 (F_1 — центр Земли) вдоль силы тяжести $m\vec{g}$. При вылете снаряда в направлении оси X , перпендикулярном KF_1 , со скоростью v_1 , он движется по **эллиптической орбите**, вытянутой вдоль KF_1 . (На рисунке ① приведен наиболее простой способ построения эллипса. Разные концы одной нити привязывают к двум булавкам, воткнутым в двух точках F_1 и F_2 , называемых фокусами. Затем карандашом, натягивающим нить, соединяют все возможные точки). С увеличением начальной скорости по оси X ($v_2 > v_1$) снаряд, двигаясь по эллипсу с нижним фокусом F_1 в центре Земли падает на большем расстоянии. Начиная с некоторой скорости v_1 , называемой первой космической (или круговой) скоростью, тело не падает на Землю, а движется вокруг нее по **круговой орбите** ②.

Первая космическая (круговая) скорость — скорость, которую надо сообщить телу у поверхности Земли, чтобы тело могло двигаться вокруг Земли по круговой орбите.

Второй закон Ньютона при движении тела массой m вблизи поверхности Земли ($m \ll M_\oplus$) имеет вид: $mv_1^2/r = mg$.

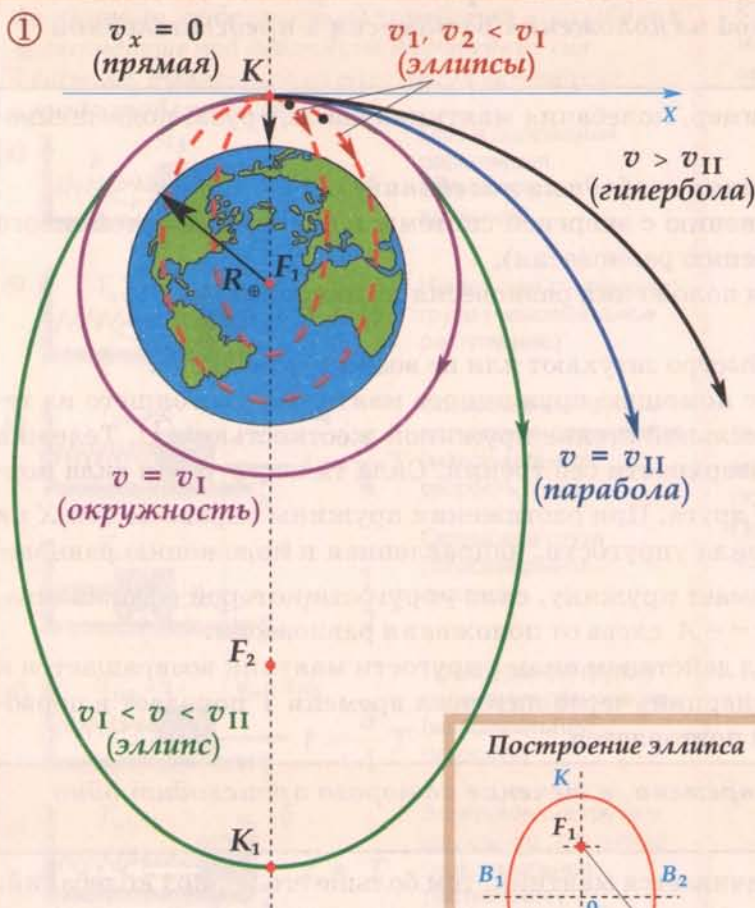
Тогда **первая космическая скорость** $v_1 = \sqrt{gR} = 7,9 \text{ км/с}$.

Если начальная скорость тела превысит круговую скорость ($v > v_1$), то оставаясь спутником Земли, тело движется по эллиптической орбите, вытянутой перпендикулярно направлению начальной скорости (оси X), с перигеем F_1K и апогеем F_1K_1 . При дальнейшем увеличении скорости запуска тело все дальше удаляется от Земли. При этом эллиптическая орбита существенно вытягивается. Начиная с некоторой скорости v_{II} , называемой второй космической, тело, преодолев гравитационное притяжение, способно удалиться от Земли на бесконечно большое расстояние ③.

Вторая космическая скорость — минимальная скорость, которую надо сообщить телу у поверхности Земли для того, чтобы оно преодолело гравитационное притяжение Земли.

Ракета, запущенная с поверхности Земли со второй космической скоростью, движется по **параболической траектории**. Из закона сохранения механической энергии следует, что **вторая космическая скорость** $v_{II} = \sqrt{2gR_\oplus} = 11,2 \text{ км/с}$. При запуске ракеты со скоростью, большей второй космической ($v > v_{II}$), ракета, преодолев гравитационное притяжение, движется по **гиперболической траектории**.

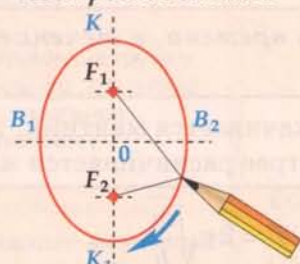
Траектория снарядов, вылетающих горизонтально, вблизи поверхности Земли с различной скоростью



v_I –
первая космическая скорость

v_{II} –
вторая космическая скорость

Построение эллипса

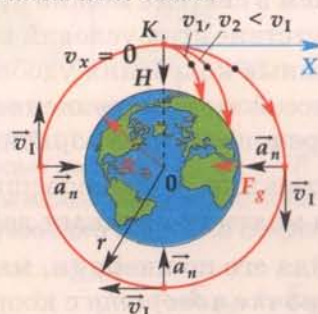


F_1, F_2 – фокусы эллипса
 F_1K – перигей орбиты
 F_1K_1 – апогей орбиты

ПЕРВАЯ КОСМИЧЕСКАЯ СКОРОСТЬ

② Первая космическая (круговая) скорость – скорость, которую надо сообщить телу у поверхности Земли (или небесного тела) для того, чтобы тело могло двигаться вокруг Земли (или небесного тела) по круговой орбите

Траектория движения тел, имеющих начальную скорость, не превышающую первую космическую скорость, в гравитационном поле Земли



Гравитационная сила

$$F_g = G \frac{mM_{\oplus}}{(R_{\oplus} + H)^2}$$

Центростремительное ускорение

$$a_n = \frac{v^2}{R_{\oplus} + H}$$

По второму закону Ньютона

$$m \frac{v^2}{R_{\oplus} + H} = G \frac{mM_{\oplus}}{(R_{\oplus} + H)^2}$$

При $H \ll R_{\oplus}$

$$v_I = \sqrt{2gR_{\oplus}} = 7,9 \text{ км/с}$$

ВТОРАЯ КОСМИЧЕСКАЯ СКОРОСТЬ

③ Вторая космическая скорость – минимальная скорость, которую надо сообщить телу у поверхности Земли (или небесного тела) для того, чтобы оно преодолело гравитационное притяжение Земли (или небесного тела)

$$v_{II} = \sqrt{2gR_{\oplus}} = 11,2 \text{ км/с}$$

Параболическая траектория ракеты, удаляющейся от Земли со второй космической скоростью



При запуске тела

$$E_{k0} = \frac{mv_{II}^2}{2}, \quad E_{p0} = -mgR_{\oplus}$$

На бесконечно большом расстоянии от Земли

$$E_k = 0, \quad E_p = 0$$

Из закона сохранения механической энергии

$$0 = \frac{mv_{II}^2}{2} - mgR_{\oplus}$$

§18. ДИНАМИКА СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Свободные (собственные) колебания — колебания, происходящие под действием внутренних сил в системе, выведенной из положения равновесия и представленной самой себе.

Таковыми колебаниями являются, например, колебания маятника часов, груза, подвешенного на пружине, шарика на нити.

Необходимые условия для возникновения свободных колебаний:

- наличие энергии, избыточной по сравнению с энергией системы в положении устойчивого равновесия (для возвращения к положению равновесия),
- наличие инертности (для прохождения положения равновесия по инерции),
- трением в системе можно пренебречь.

В отсутствие этих условий колебания быстро затухают или не возникают вообще.

Свободные колебания удобно изучать с помощью пружинного маятника, состоящего из тележки массой m , прикрепленной к вертикальной стенке пружиной жесткостью k ①. Тележка может перемещаться по горизонтальной поверхности без трения. Сила тяжести $m\vec{g}$ и сила нормальной реакции $\vec{N}$ уравнивают друг друга. При растяжении пружины вправо по оси X на $x_0 = A$ на маятник начинает действовать сила упругости, направленная к положению равновесия. Пройдя его по инерции, маятник сжимает пружину, сила упругости которой останавливает тело в *точке поворота* с координатой $x = -A$ слева от положения равновесия.

A — *амплитуда колебаний*. Затем под действием силы упругости маятник возвращается к положению равновесия и, пройдя его по инерции, через интервал времени T попадает в первоначальное положение и процесс колебаний повторяется.

Период колебаний T — интервал времени, в течение которого происходит одно полное колебание.

Чем больше масса, тем медленнее раскачивается маятник, тем больше его период колебаний. Чем больше жесткость пружины, тем быстрее раскачивается маятник, тем меньше его период:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Свободные колебания пружинного маятника являются гармоническими, т.е.

$$x = A \cos 2\pi t/T.$$

В отсутствие сил трения колебательная система является консервативной, поэтому для нее выполняется закон сохранения полной механической энергии ②:

$$E = E_{k0} + E_{p0}.$$

В начальный момент времени для маятника, отклоненного на расстояние A и отпущенного со скоростью $v_0 = 0$, кинетическая энергия равна нулю, а потенциальная энергия $E_{p0} = kA^2/2$. Полная механическая энергия гармонических колебаний пропорциональна квадрату их амплитуды:

$$E = kA^2/2.$$

С ростом энергии колебаний возрастает их амплитуда: $A = \sqrt{2E/k}$. Чем жестче пружина (чем больше k), тем меньше амплитуда колебаний.

Механической аналогией колебаний пружинного маятника является движение шарика без трения в параболической воронке ③. Приравнявая гравитационную энергию шарика массой m на высоте y , потенциальной энергии пружинного маятника на расстоянии x от положения

равновесия: $mgy = \frac{kx^2}{2}$, получаем профиль воронки: $y = \frac{kx^2}{2mg}$.

① СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПРУЖИННОГО МАЯТНИКА

Свободные (собственные) колебания – колебания, происходящие под действием внутренних сил в системе, выведенной из положения равновесия и предоставленной самой себе



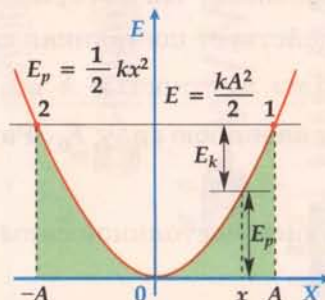
Период свободных колебаний пружинного маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Период свободных колебаний пружинного маятника не зависит от начальных условий (амплитуда, скорость), а полностью определяется собственными характеристиками колебательной системы (жесткостью k и массой m)

② ЭНЕРГИЯ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ

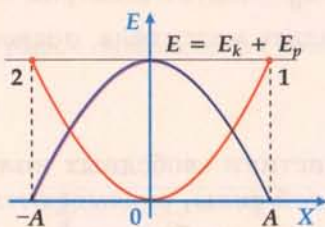
Кинетическая, потенциальная и полная механическая энергия при свободных гармонических колебаниях



Потенциальная энергия пружинного маятника зависит от координаты по квадратичному закону: $E_p = \frac{kx^2}{2}$

Полная механическая энергия гармонических колебаний пружинного маятника сохраняется:

$$E = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = E_{k0} + E_{p0}$$



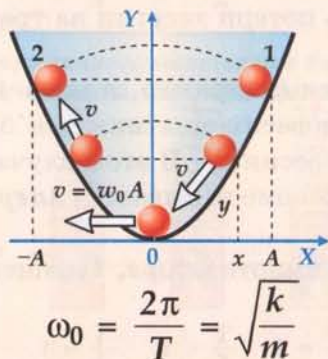
Если при $t = 0$ маятник отклонен на расстояние $x_0 = A$ и отпущен со скоростью $v_0 = 0$, то $E_{k0} = 0$ $E = E_{p0} = \frac{kx_0^2}{2}$

Полная механическая энергия гармонических колебаний пропорциональна квадрату их амплитуды: $E = \frac{kA^2}{2}$

1, 2 – точки поворота ($x = A, v = 0$)

МЕХАНИЧЕСКАЯ АНАЛОГИЯ КОЛЕБАНИЙ ПРУЖИННОГО МАЯТНИКА

③



Колебания шарика в параболической воронке

$$mgy = \frac{kx^2}{2}$$

$$y = \frac{kx^2}{m2g} = \frac{\omega_0^2 x^2}{2g}$$

$$y_{\max} = \frac{(\omega_0 A)^2}{2g} = \frac{v_{\max}^2}{2g}$$

§19. КОЛЕБАТЕЛЬНАЯ СИСТЕМА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВНЕШНИХ СИЛ, НЕ ЗАВИСЯЩИХ ЯВНО ОТ ВРЕМЕНИ

В качестве физической модели колебательной системы будем использовать пружинный маятник. Предположим, что на горизонтальный пружинный маятник, находящийся в положении равновесия, действует постоянная сила $\vec{F}_0$, направленная вдоль оси X ($F_{\text{тр}} = 0$) ①. При растяжении пружины жесткостью k возрастает сила упругости $F_{\text{упр}}$, которая при удлинении x_0 компенсирует внешнюю силу F_0 . Равновесие возникает при условии равенства сил:

$$F_{\text{упр}} = kx_0 = F_0.$$

Под действием постоянной силы F_0 положение равновесия маятника смещается на

$$x_0 = \frac{F_0}{k}.$$

Статическое смещение — изменение положения равновесия колебательной системы под действием постоянной силы.

Предположим теперь, что постоянная сила $\vec{F}_0 = m\vec{g}$ — силе тяжести груза — действует на вертикальный пружинный маятник ②. Статическое смещение оказывается пропорционально массе груза: $x_0 = mg/k$. Измеряя статическое смещение пружины с известной жесткостью, можно определить массу тела, подвешенного на пружине:

$$m = \frac{kx_0}{g}.$$

Характеристики свободных колебаний, возникающих в системе, находящейся под действием постоянной силы, оказываются такими же, как и в ее отсутствие. Единственное отличие состоит в том, что колебания возникают и происходят относительно нового положения равновесия — статического смещения.

Колебания вертикального пружинного маятника в воздухе из-за малой силы сопротивления воздуха являются практически гармоническими ③. Колебательное движение маятника в более плотной среде, например, в воде, сопровождается трением ④. Сила трения, направленная противоположно перемещению маятника, совершает отрицательную работу, уменьшая его механическую энергию. Постоянное уменьшение энергии приводит к непрерывному уменьшению амплитуды колебаний. Колебания маятника в воде становятся затухающими.

Затухающие колебания — колебания, амплитуда которых уменьшается с течением времени.

Примером таких колебаний являются колебания маятника незаведенных механических часов. Энергия сжатой пружины не может компенсировать потери энергии на трение в опоре и о воздух.

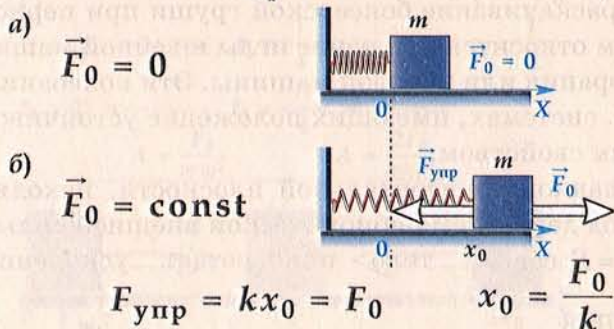
Сопротивление движению маятника в вязкой жидкости (например, в масле) оказывается столь значительным, что выведенный из положения равновесия маятник так быстро теряет энергию, что не возвращается обратно к положению равновесия ⑤. В этом случае периодических колебаний не возникает. Такое неповторяющееся движение называется **апериодическим**, т.е. не имеющим периода.

Апериодическим является движение в масле поршня амортизатора, гасящего колебания кузова автомобиля на неровной дороге.

Колебательная система под действием внешних сил, не зависящих явно от времени

① ПОСТОЯННАЯ СИЛА

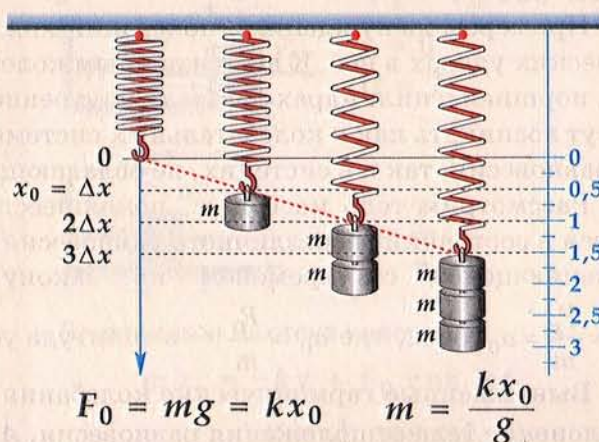
Пружинный маятник под действием постоянной силы $F_{\text{гр}} = 0$:



Статическое смещение – изменение положения равновесия колебательной системы под действием постоянной силы

② СИЛА ТЯЖЕСТИ

Измерение массы тела по статическому смещению



СИЛА ТРЕНИЯ

③ Колебания пружинного маятника в воздухе

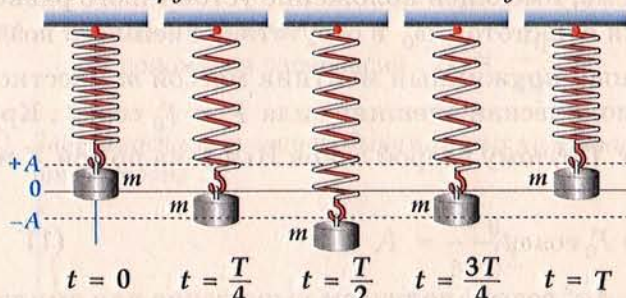
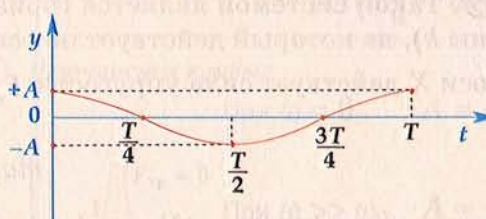


График гармонических колебаний



④ Колебания пружинного маятника в воде

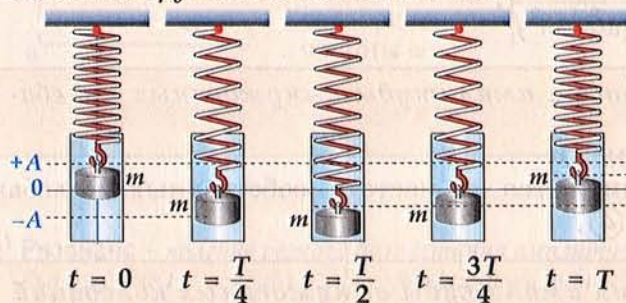
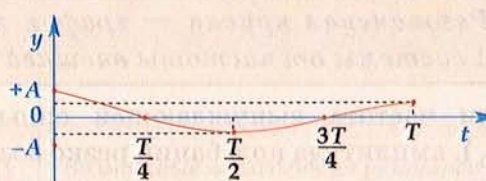


График затухающих колебаний



⑤ Движения пружинного маятника в вязкой жидкости

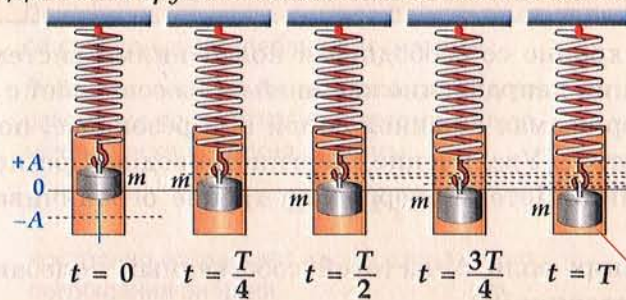
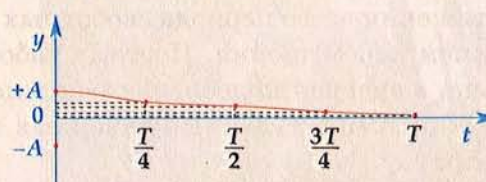


График аperiodического движения



§20. ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ. РЕЗОНАНС

Вынужденные колебания — колебания, происходящие под действием внешней периодической силы.

Примером вынужденных колебаний является раскачивание боксерской груши при периодических ударах в нее. К вынужденным колебаниям относится движение иглы швейной машины, поршней в цилиндрах двигателя внутреннего сгорания или паровой машины. Эти колебания могут возникать как в колебательных системах, т.е. системах, имеющих положение устойчивого равновесия, так и в системах, не обладающих этим свойством.

Рассмотрим тело массой m , покоящееся на гладкой горизонтальной плоскости, находящееся в состоянии безразличного равновесия ①. Под действием периодической внешней силы, изменяющейся со временем по закону: $F_x = F_0 \cos \omega t$, тело приобретает ускорение

$$a_x = \frac{F_x}{m} = a_0 \cos \omega t, \text{ где } a_0 = \frac{F_0}{m} \text{ — амплитуда ускорения.}$$

Вынужденные гармонические колебания тела совершаются по закону $x = A \cos \omega t$, где x — отклонение тела от положения равновесия, A — амплитуда колебаний. Для гармонических колебаний их амплитуда связана с амплитудой ускорения ②:

$$A = \frac{a_0}{\omega^2} = \frac{F_0}{m\omega^2}.$$

Амплитуда вынужденных колебаний обратно пропорциональна квадрату частоты.

Рассмотрим вынужденные колебания в системе, имеющей положение устойчивого равновесия, в которой возможны собственные колебания с частотой ω_0 в отсутствие внешнего воздействия ③. Такой системой является горизонтальный пружинный маятник массой m (жесткость пружины k), на который действует по оси X периодическая внешняя сила $F_x = F_0 \cos \omega t$. Кроме нее по оси X действует сила упругости $F_{\text{упр}} = -kx$. Поэтому второй закон Ньютона по оси X имеет вид:

$$ma_x = -kx + F_0 \cos \omega t. \quad (1)$$

Подставляя в формулу (1) $x = A \cos \omega t$, $a_x = -A\omega^2 \cos \omega t$, получаем выражение для амплитуды A вынужденных колебаний:

$$A = \left| \frac{F_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \right|.$$

Резонансная кривая — график зависимости амплитуды вынужденных колебаний системы от частоты внешней силы.

Если частота вынуждающей силы приближается к частоте собственных колебаний ($\omega \rightarrow \omega_0$), амплитуда колебаний резко возрастает ④.

Резонанс — явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при совпадении частоты внешней силы с частотой собственных колебаний системы ⑤.

При резонансе внешняя сила действует синхронно со свободными колебаниями системы. На протяжении всего периода свободных колебаний направление внешней силы совпадает с направлением перемещения. Поэтому работа, совершаемая внешней силой при резонансе, положительна, а энергия колеблющегося тела возрастает. Увеличение энергии приводит к резкому возрастанию амплитуды вынужденных колебаний. Потери энергии на трение ограничивают эту амплитуду.

Резонансное совпадение частоты сейсмических волн с частотой собственных колебаний зданий приводит к их разрушениям при землетрясениях ⑥.

СИСТЕМА, НАХОДЯЩАЯСЯ В СОСТОЯНИИ БЕЗРАЗЛИЧНОГО РАВНОВЕСИЯ

Вынужденные колебания тела массой m , находящегося в состоянии безразличного равновесия, под действием внешней периодической силы

① $F_x = F_0 \cos \omega t$

$t = 0 \longrightarrow t_1 = \frac{T}{4} \longrightarrow t_2 = \frac{T}{2}$

$t_4 = T \longleftarrow t_3 = \frac{3T}{4} \longleftarrow$

$A = \frac{F_0}{m\omega^2} \quad A = \frac{2F_0}{m\omega^2}$

Согласно второму закону Ньютона, ускорение тела $a_x = \frac{F_x}{m} = \frac{F_0}{m} \cos \omega t$,

где $\frac{F_0}{m} = a_0$ – амплитуда ускорения тела.

Вынужденные гармонические колебания тела совершаются по закону $x = A \cos \omega t$,

где x – отклонение тела от положения равновесия $A = \frac{a_0}{\omega^2}$

СИСТЕМА, ИМЕЮЩАЯ ПОЛОЖЕНИЕ УСТОЙЧИВОГО РАВНОВЕСИЯ (КОЛЕБАТЕЛЬНАЯ СИСТЕМА)

Вынужденные колебания пружинного маятника под действием внешней периодической силы

③ $F_x = F_0 \cos \omega t$

$t = 0 \quad (t = T)$

$t = \frac{T}{2}$

Второй закон Ньютона имеет вид

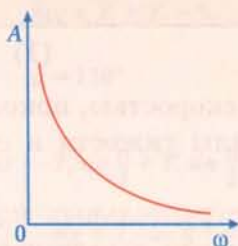
$$ma_x = -kx + F_0 \cos \omega t$$

Подставляя $\begin{cases} x = A \cos \omega t, \\ a_x = -\omega^2 A \cos \omega t, \\ k = -m\omega_0^2, \end{cases}$

получаем выражение для амплитуды вынужденных колебаний

$$A = \left| \frac{F_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \right|$$

② Зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты



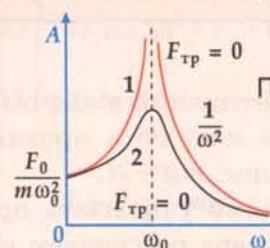
$$A = \frac{F_0}{m\omega^2}$$

Амплитуда вынужденных колебаний обратно пропорциональна квадрату частоты ω

④ Резонансные кривые

При $\omega = 0$, $A = \frac{F_0}{m\omega_0^2}$

При $\omega \gg \omega_0$, $A \approx \frac{F_0}{m\omega^2}$



1 – при отсутствии трения
2 – при наличии трения

РЕЗОНАНС

⑤ Резонанс – явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при совпадении частоты внешней силы с частотой собственных колебаний системы

При резонансе внешняя сила действует синхронно со свободными колебаниями системы

Работа, совершаемая внешней силой, при резонансе положительна, поэтому полная механическая энергия системы

$$E = E_0 + F_x \Delta x$$

постоянно возрастает из-за резонансного поглощения энергии

⑥ Возможные последствия резонанса

Разрушение зданий в Кобе (Япония) в результате землетрясения в 1995 г.



§21. УСЛОВИЕ РАВНОВЕСИЯ ДЛЯ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Для описания движения тела конечных размеров используют физическую модель:

абсолютно твердое тело (АТТ) — тело, деформации которого значительно меньше его размеров.

Произвольное движение АТТ можно представить как результат сложения двух движений — поступательного и вращательного.

Поступательное движение — движение, при котором все точки тела в инерциальной системе отсчета движутся по одинаковым траекториям ①.

Примером поступательного движения может служить прямолинейное движение реактивного истребителя, поезда на магнитной подушке, подводной лодки и т.д.

Статика — раздел механики, в котором изучаются условия равновесия тел. Для выяснения условий равновесия для поступательного движения АТТ выделим две произвольные точки A_1 и B_1 , соединив их вектором $\overrightarrow{A_1B_1}$. При поступательном движении АТТ вектор, соединяющий две произвольные точки тела, перемещается параллельно самому себе, не изменяясь по длине: $\overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{A_2B_2}$. Равенство перемещений точек A_1 и B_1 за одинаковый промежуток времени означает равенство их скоростей и ускорений. Условием отсутствия поступательного движения, или *условием статического равновесия для поступательного движения*, является равенство нулю ускорения тела: $\vec{a} = 0$ ②. Используя второй закон Ньютона, $m\vec{a} = \sum \vec{F}$, можно сформулировать *условие отсутствия поступательного движения*:

Поступательное движение тела в инерциальной системе отсутствует, если векторная сумма всех сил, действующих на тело, равна нулю:

$$\sum \vec{F} = 0. \quad (1)$$

Например, чемодан, стоящий в лифте, поднимающемся с постоянной скоростью, покоится вследствие равенства по модулю и противоположной направленности силы тяжести и силы нормальной реакции опоры: $mg = N$.

Условие (1) необходимо учитывать при проектировании элементов строительных конструкций. В качестве примера рассчитаем силы натяжения $\vec{T}_1$ в симметричных растяжках, на которых подвешен светофор массой m ③. Угол α между растяжками равен 120° . На светофор действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и силы натяжения $\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$ в растяжках. Условие статического равновесия светофора имеет вид:

$$m\vec{g} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0. \quad (2)$$

Направим координатную ось X по горизонтали вправо, а ось Y вертикально вверх. Запишем равенство (2) в проекциях на оси X и Y :

$$\begin{cases} (X) & -T_1 \sin \frac{\alpha}{2} + T_2 \sin \frac{\alpha}{2} = 0, \\ (Y) & -mg + T_1 \sin \frac{\alpha}{2} + T_2 \sin \frac{\alpha}{2} = 0. \end{cases}$$

Из первого уравнения системы следует, что $T_1 = T_2$. Из второго уравнения получаем:

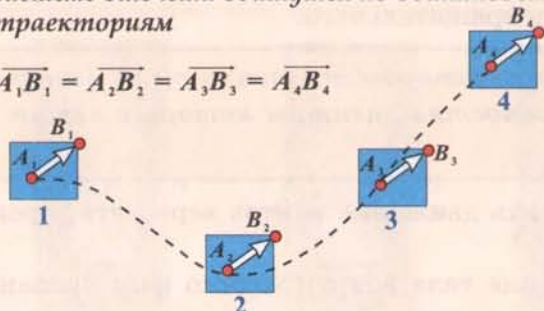
$$T_1 = T_2 = \frac{mg}{(2 \cos \frac{\alpha}{2})}.$$

Аналогично рассчитываются силы натяжения T_1 и T_2 в растяжках люстры ④.

ПОСТУПАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ

- ① Поступательное движение – движение, при котором все точки тела в инерциальной системе отсчета движутся по одинаковым траекториям

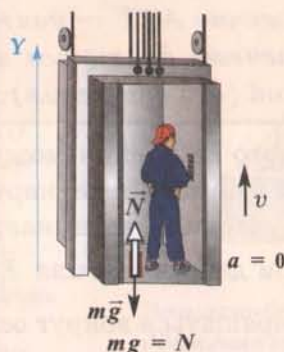
$$\overline{A_1B_1} = \overline{A_2B_2} = \overline{A_3B_3} = \overline{A_4B_4}$$



При поступательном движении вектор, соединяющий две произвольные точки, перемещается параллельно самому себе, не изменяясь по длине.

УСЛОВИЕ ОТСУТСТВИЯ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

- ② Поступательное движение тела в инерциальной системе отсчета отсутствует, если векторная сумма всех сил, действующих на тело, равна нулю: $\sum \vec{F} = 0$

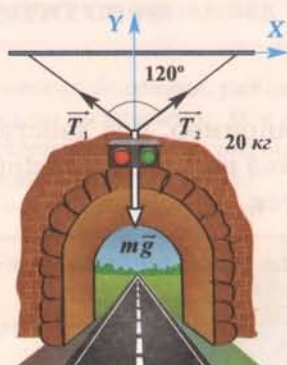


Абсолютно твердое тело (АТТ) – тело, для которого расстояние между любыми точками можно считать неизменным.

Равновесие чемодана в равномерно поднимающемся лифте

СТАТИЧЕСКОЕ РАВНОВЕСИЕ ДЛЯ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

③



$$m\vec{g} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0$$

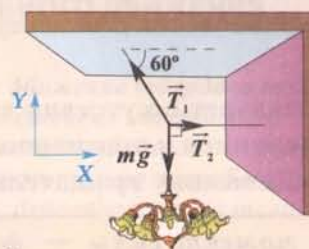
$$\alpha = 120^\circ$$

$$(X) \left\{ -T_1 \sin \frac{\alpha}{2} + T_2 \sin \frac{\alpha}{2} = 0 \right.$$

$$(Y) \left\{ -mg + T_1 \cos \frac{\alpha}{2} + T_2 \cos \frac{\alpha}{2} = 0 \right.$$

$$T_1 = T_2 = \frac{mg}{2 \cos \frac{\alpha}{2}}$$

④



$$m\vec{g} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0$$

$$(X) \left\{ -T_1 \cos 60^\circ + T_2 = 0 \right.$$

$$(Y) \left\{ T_1 \sin 60^\circ - mg = 0 \right.$$

$$T_1 = \frac{2\sqrt{3}}{2} mg$$

$$T_2 = \frac{\sqrt{3}}{3} mg$$

ПРИМЕРЫ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Полет реактивного истребителя



Движение поезда на магнитной подушке



§22. УСЛОВИЕ РАВНОВЕСИЯ ДЛЯ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Произвольное движение *абсолютно твердого тела (АТТ)* можно представить как результат сложения двух движений — поступательного и вращательного.

Вращательное движение АТТ — движение, при котором все точки тела в инерциальной системе отсчета движутся по окружностям, центры которых лежат на неподвижной прямой (оси вращения).

Примером вращательного движения может служить движение винтов вертолета, пропеллера вентилятора, CD-ROM в компьютере, карусели.

Выясним, при каких условиях возникает вращение тела вокруг жестко фиксированной оси ①. Если на ручку двери действует сила $\vec{F}_{\parallel}$ в направлении петель (оси вращения), дверь не открывается (не начинает вращаться вокруг оси). Сила $\vec{F}_{\perp}$, перпендикулярная направлению АО на ось вращения и самой вертикальной оси, приводит к вращению двери. Вращение тела относительно фиксированной оси может вызываться силой (или ее компонентой $\vec{F}_{\perp}$), перпендикулярной оси и отрезку, соединяющему точку приложения силы и ось вращения.

Определим условия, при которых вращательное движение отсутствует. Выполнение условия равновесия для поступательного движения

$$\sum \vec{F} = 0. \quad (1)$$

не означает отсутствия вращательного движения. Например, под действием пары сил, равных по величине и противоположно направленных, линейка вращается на поверхности стола ②.

Динамику вращательного движения характеризует

момент силы — физическая величина, равная произведению модуля силы на ее плечо ③:

$$M = Fl.$$

Плечо силы l — длина перпендикуляра, опущенного из оси вращения на линию действия силы.

Знак момента силы зависит от направления вращения тела. Момент считают положительным, если сила вращает тело относительно выбранной оси против часовой стрелки, и отрицательным, если по часовой стрелке. Момент силы, проходящей через ось, равен нулю ($l = 0$). Единица момента — *ньютон-метр* (Н·м).

Условие отсутствия вращательного движения:

Вращательное движение твердого тела в инерциальной системе отсчета не возникает, если алгебраическая сумма моментов (относительно произвольной оси О) всех сил, действующих на тело, равна нулю ④

$$\sum M_0 = 0. \quad (2)$$

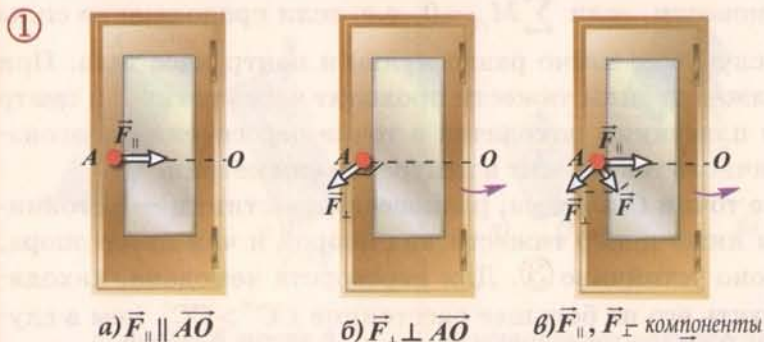
Для колеса радиусом r , на которое действуют силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, составляющие с радиальным направлением угол 60° и 90° соответственно, условие (2) можно представить в виде:

$$F_1 \cdot r \cdot \sin 60^\circ - F_2 \cdot r = 0.$$

Тело покоится в инерциальной системе отсчета, если отсутствует как его поступательное, так и вращательное движение, т.е. одновременно выполняются условия (1) и (2).

ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ АБСОЛЮТНО ТВЕРДОГО ТЕЛА

Вращательное движение абсолютно твердого тела – движение, при котором все точки тела в инерциальной системе отсчета движутся по окружностям, центры которых лежат на неподвижной прямой (оси вращения)



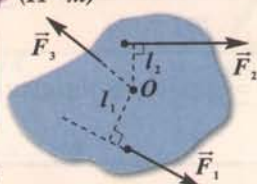
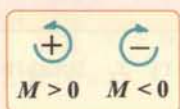
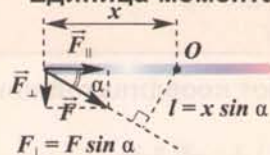
Вращение тела относительно фиксированной оси может вызываться силой (или ее компонентой $\vec{F}_{\perp}$), перпендикулярной оси и отрезку, соединяющему точку приложения силы и ось вращения



Возникновение вращательного движения при выполнении условия равновесия для поступательного движения ($\sum \vec{F} = 0$)

МОМЕНТ СИЛЫ

- ③ Момент силы – физическая величина, равная произведению модуля силы на ее плечо: $M = Fl$. Плечо силы – длина перпендикуляра, опущенного из оси вращения на линию действия силы. Единица момента – **ньютон-метр** (Н·м)



Моменты сил:

а) $M_0 = Fl$

б) $M_1 = F_1 l$

$M_2 = -F_2 l$

$M_3 = 0$ ($l_3 = 0$)

Момент считают положительным, если сила вращает тело относительно выбранной оси против часовой стрелки, и отрицательным, если по часовой стрелке

УСЛОВИЕ ОТСУТСТВИЯ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

- ④ Вращательное движение твердого тела в инерциальной системе отсчета не возникает, если алгебраическая сумма моментов (относительно произвольной оси O) всех сил, действующих на тело, равна нулю



$\sum M_0 = 0$

$F_1 r \sin 60^\circ - F_2 r = 0$

ПРИМЕРЫ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Вращение винта вертолета



Вращение пропеллеров электростанции



§23. ЦЕНТР МАСС

Центр тяжести тела — точка приложения силы тяжести, действующей на тело.

Экспериментально центр тяжести можно найти при подвешивании тела ①. Подвешенное в точке A тело (пластинка) находится в равновесии, если $\sum M_A = 0$, т.е. если продолжение силы тяжести проходит через точку A (в этом случае ее плечо равно нулю) и центр масс тела. При подвешивании пластинки за угол B продолжение силы тяжести проходит через точку B и центр масс тела. Следовательно, центр тяжести пластинки находится в точке пересечения диагоналей. Центр тяжести однородного симметричного тела лежит в центре его симметрии.

Если центр тяжести C находится ниже точки O подвеса, равновесие пластинки — устойчивое, а если выше — неустойчивое ②. Чем ниже центр тяжести над опорой и чем шире опора, тем труднее перевернуть тело, тем более оно устойчиво ③. Для переворота чемодана, находящегося в положении b , требуется переместить его на большее расстояние $CC'' > CC'$, чем в случае a , и соответственно совершить большую работу.

Возможности экспериментального определения положения центра тяжести тел ограничены. Найдем теоретически центр тяжести несимметричной гантели — двух шаров массой m_1 и m_2 , соединенных невесомым стержнем ④. Гантеля будет находиться в равновесии, если под стержень под центром тяжести C подставить палец. Полная сила тяжести $(m_1 + m_2)\vec{g}$ приложена в точке C . Условие статического равновесия для вращательного движения гантели имеет вид:

$$\sum M = 0, \text{ или } m_1 g(x_C - x_1) + N \cdot 0 - m_2 g(x_2 - x_C) = 0.$$

Тогда координата центра тяжести

$$x_C = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}.$$

В однородном гравитационном поле ($g = \text{const}$), координату x_C называют координатой центра масс системы.

Координата центра масс — средняя координата системы тел.

Движение центра масс определяется только внешними силами, действующими на систему. Внутренние силы взаимодействия не влияют на положение центра масс.

В гравитационном поле центр масс системы движется по баллистической траектории ⑤. Покажем, что центр масс двухступенчатой баллистической ракеты после отделения головной части продолжает двигаться по той же баллистической траектории, что и до ее отделения. Предположим, что в верхней точке траектории от ракеты массой m , летящей со скоростью v_C ,

отстреливается первая ступень массой $\frac{m}{2}$ и падает на Землю. Головная часть ракеты равной массы продолжает баллистическое движение. Закон сохранения импульса имеет вид:

$$mv_C = \frac{m}{2}v_2.$$

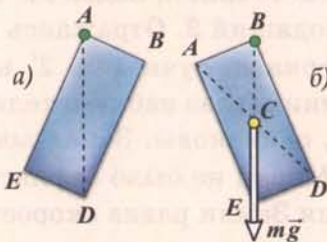
Следовательно, $v_2 = 2v_C$, т.е. головная ступень улетит по горизонтали на расстояние, вдвое большее, чем без отделения первой ступени. Центр масс ракеты будет находиться по оси X посередине между первой ступенью и головной частью.

Примерами сложного движения — поступательного движения центра масс и вращательного движения относительно центра масс — является движение гаечного ключа по плоской поверхности ⑥ и тела спортсмена при прыжке в воду ⑦.

ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ ТЕЛА –

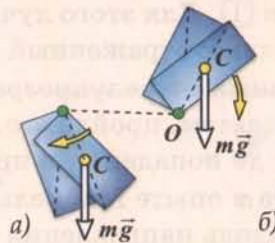
точка приложения силы тяжести, действующей на тело

- ① Определение центра тяжести при подвешивании тела



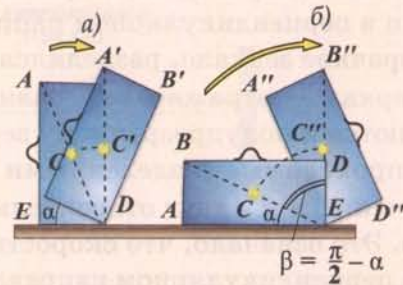
а) подвес в точке А
б) подвес в точке В

- ② Виды равновесия для вращательного движения



а) устойчивое равновесие
б) неустойчивое равновесие

- ③ Устойчивость тела в зависимости от положения центра тяжести

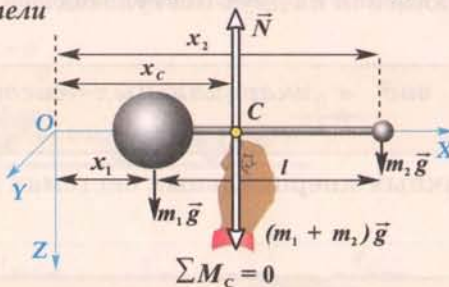


а) менее устойчивое равновесие
б) более устойчивое равновесие

ЦЕНТР МАСС СИСТЕМЫ –

точка, положение которой характеризует распределение массы системы в пространстве

- ④ Определение центра масс несимметричной гантели

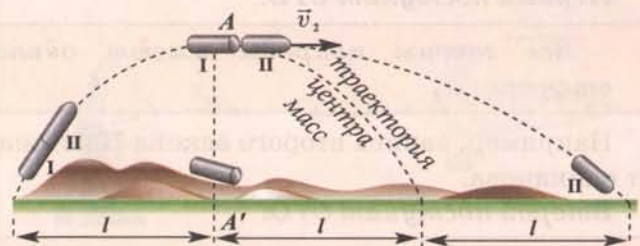


$$m_1 g (x_c - x_1) + N \cdot O - m_2 g (x_2 - x_c) = 0$$

$$x_c = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

Координата центра масс – средняя координата системы тел

- ⑤ Движение центра масс двухступенчатой баллистической ракеты



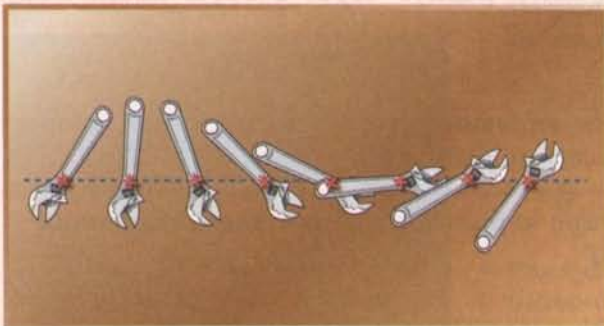
$$m v_c = \frac{m}{2} \cdot 0 + \frac{m}{2} v_2;$$

$$m x_c = \frac{m}{2} x_1 \quad (x_c = v_c t; x_1 = v_1 t)$$

$$x_c = \frac{x_1}{2}$$

ДВИЖЕНИЕ ЦЕНТРА МАСС ТЕЛА

- ⑥ Центр масс гаечного ключа движется по горизонтальному столу прямолинейно



СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА

- ⑦ Центр масс спортсмена движется по параболической траектории



§24. ПОСТУЛАТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

В опыте Майкельсона и Морли, поставленном в 1881 г., оценивалось влияние скорости движения Земли вокруг Солнца на скорость распространения света от источника, находящегося на Земле. Проводилось сравнение скорости света вдоль направления движения Земли (по оси Y) и в перпендикулярном направлении ①. Для этого луч света от источника, падая на полупрозрачное зеркало, разделялся на два луча: отраженный 1 и проходящий 2. Отражаясь от двух зеркал — отражателей, равноудаленных от полупрозрачного зеркала, лучи 1' и 2' направляются к полупрозрачному зеркалу, а затем, пройдя его, в приемник (глаз наблюдателя). Пути, проходимые разделенными лучами до попадания в приемник, одинаковы. Запаздывание лучей 1'' и 2'' друг относительно друга в опыте Майкельсона — Морли не было зафиксировано. Это означало, что скорость света вдоль направления движения Земли равна скорости света в перпендикулярном направлении.

Факт независимости скорости света от выбора системы отсчета оказался в противоречии с классическим законом сложения скоростей. Согласно этому закону скорость света вдоль направления скорости v движения Земли вокруг Солнца $v_{\uparrow} = c + v$, а в противоположном направлении $v_{\downarrow} = c - v$, т.е. $v_{\uparrow} \neq v_{\downarrow}$.

Расхождение теории с корректно поставленным экспериментом привело Альберта Эйнштейна к созданию *специальной теории относительности (СТО)*, или *релятивистской теории* (от англ. relativity — относительность), базирующейся на двух постулатах.

Первый постулат СТО:

Все законы природы имеют одинаковый вид в инерциальных системах отсчета ②.

Например, запись второго закона Ньютона в различных инерциальных системах (ИСО) будет одинакова.

Второй постулат СТО:

Скорость света в вакууме одинакова во всех инерциальных системах отсчета ③.

Скорость света — максимально возможная скорость распространения любого взаимодействия, верхний предел скоростей для всех материальных тел.

Подтверждением наличия верхнего предела скорости является существование такого необычного астрономического объекта, как *черная дыра*, образующегося при гравитационном сжатии (коллапсе) массивной звезды. Если масса звезды более чем в 10 раз превосходит массу Солнца, ядро этой звезды, сжимаясь, достигает такой плотности, что даже свет не может вырваться из звезды, преодолев силы ее тяготения ④. Для оценки радиуса черной дыры ⑤ воспользуемся выражением для второй космической скорости (минимальной скорости, необходимой для преодоления гравитационного поля звезды массой M и радиусом R): $v_{II} = \sqrt{2gR} = \sqrt{2GM/R}$. Соответственно можно выразить радиус через вторую космическую скорость:

$$R = \frac{2GM}{v_{II}^2}.$$

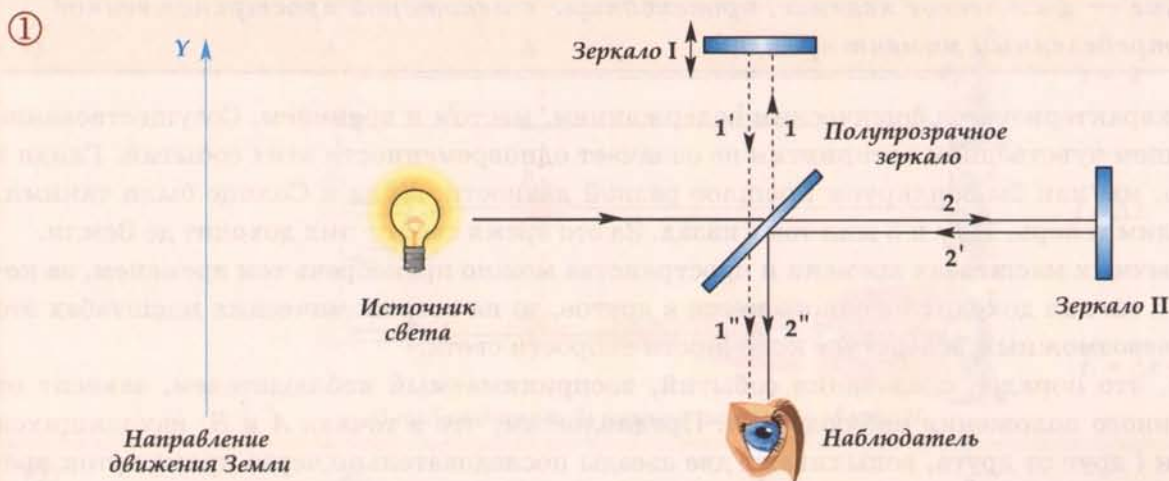
Согласно первому постулату СТО максимальное значение второй космической скорости $v_{II \max} = c$. Соответственно можно определить *критический радиус*.

Радиус Шварцшильда — критический радиус черной дыры, соответствующий скорости света:

$$R_{III} = \frac{2GM}{c^2}$$

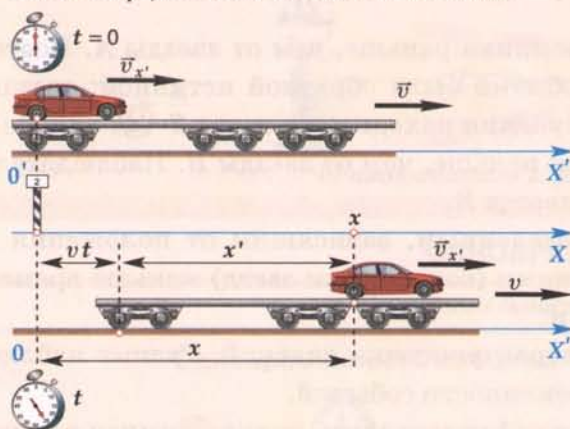
Даже свет не может выйти из черной дыры радиусом R_{III} ⑥.

ОПЫТ МАЙКЕЛЬСОНА – МОРЛИ



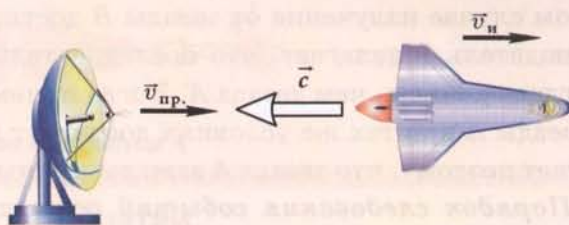
ПЕРВЫЙ ПОСТУЛАТ СТО

- ② Все законы природы имеют одинаковый вид в инерциальных системах отсчета



ВТОРОЙ ПОСТУЛАТ СТО

- ③ Скорость света в вакууме одинакова во всех инерциальных системах отсчета



Скорость света – максимальная скорость распространения любого взаимодействия, не зависящая от скорости источника и приемника

УСЛОВИЯ ОБРАЗОВАНИЯ ЧЕРНЫХ ДЫР

Излучение выходит с поверхности звезды радиусом, превосходящим радиус Шварцшильда ($R > R_m$)

Радиус Шварцшильда

Отсутствие излучения из черной дыры радиусом $R < R_m$ затрудняет получение информации о ее внутренней структуре



Вторая космическая скорость

$$v_{II} = \sqrt{2gR_m} = \sqrt{2 \frac{GM}{R_m}} \leq c$$

$$R_m = \frac{2GM}{c^2}$$

Радиус Шварцшильда – критический радиус черной дыры



§25. ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ ВРЕМЕНИ

Событие — физическое явление, происходящее в некоторой пространственной точке в определенный момент времени.

Событие характеризуется физическим содержанием, местом и временем. Сосуществование событий в нашем чувственном восприятии не означает одновременности этих событий. Глядя в звездное небо, мы как бы зондируем прошлое разной давности. Луна и Солнце были такими, как мы их видим теперь, 1,3 с и 8 мин тому назад. За это время свет от них доходит до Земли.

Если в обычных масштабах времени и пространства можно пренебречь тем временем, за которое световой сигнал доходит из одного места в другое, то на астрономических масштабах это оказывается невозможным вследствие конечности скорости света.

Покажем, что порядок следования событий, воспринимаемый наблюдателем, зависит от пространственного положения наблюдателя. Предположим, что в точках A и B , находящихся на расстоянии l друг от друга, вспыхивают две звезды последовательно через промежуток времени Δt (сначала в точке A , а затем в точке B). Приемник излучения находится в точке I на расстоянии L от звезды B ①.

В момент вспышки звезды B излучение от звезды A распространяется на расстояние $c\Delta t$. Если это расстояние меньше расстояния l между звездами, то интервал времени между вспышками меньше времени, необходимого для распространения света между звездами: $\Delta t < \frac{l}{c}$.

В этом случае излучение от звезды B достигнет приемника раньше, чем от звезды A . Поэтому наблюдатель I полагает, что последовательность событий была обратной истинной: звезда B зажглась раньше, чем звезда A . Когда приемник излучения находится в точке 2 ②, излучение от звезды A при тех же условиях достигнет приемник раньше, чем от звезды B . Наблюдатель 2 считает поэтому, что звезда A зажглась раньше, чем звезда B .

Порядок следования событий остается неопределенным, зависящим от положения наблюдателя, если промежуток времени между событиями (вспышками звезд) меньше времени, необходимого для распространения света между ними.

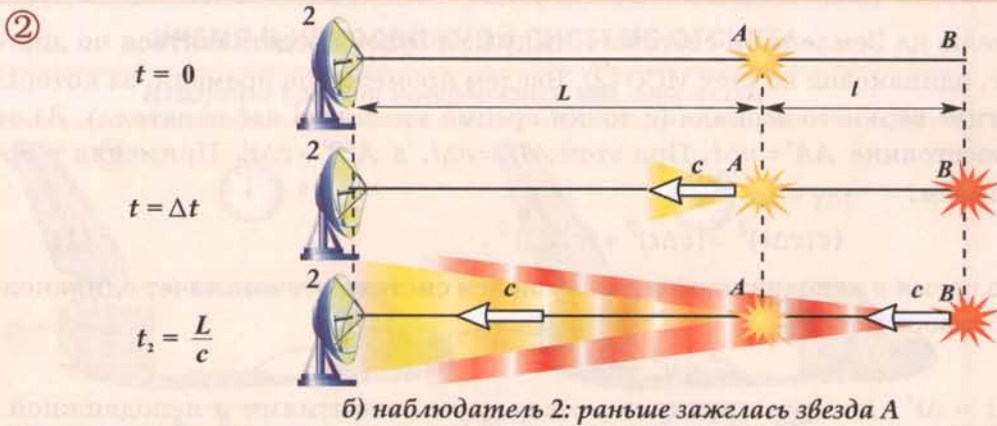
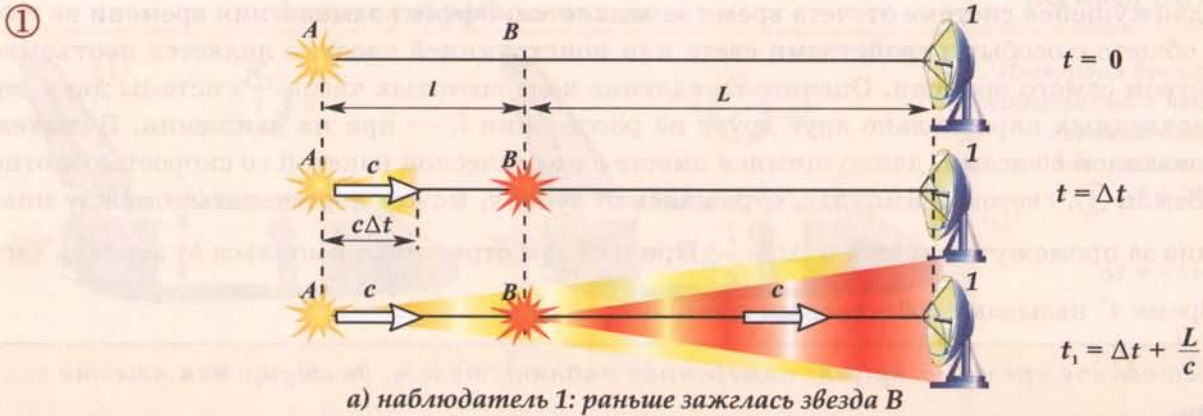
Одновременность событий — не абсолютная характеристика явлений. Разные наблюдатели могут иметь различные представления о одновременности событий.

Рассмотрим восприятие одного и того же события наблюдателями, находящимися в разных ИСО. Пусть световой сигнал излучается в центре ракеты, движущейся со скоростью v . Наблюдатель 1 внутри ракеты ③ считает, что свет достигает противоположных стен одновременно, так как стены находятся на одинаковом расстоянии от источника, а скорость света одинакова во всех направлениях. Внешний наблюдатель 2 ④ знает, что скорость света постоянна и не зависит от направления движения. Левая стена приближается к источнику со скоростью v , а правая удаляется от него с такой же скоростью. Поэтому, по его мнению, световой сигнал достигает левой стены раньше, чем правой. Это означает, что одновременность событий — относительна.

Два события, одновременные в одной инерциальной системе отсчета, не являются одновременными в другой ИСО.

ПОРЯДОК СЛЕДОВАНИЯ СОБЫТИЙ

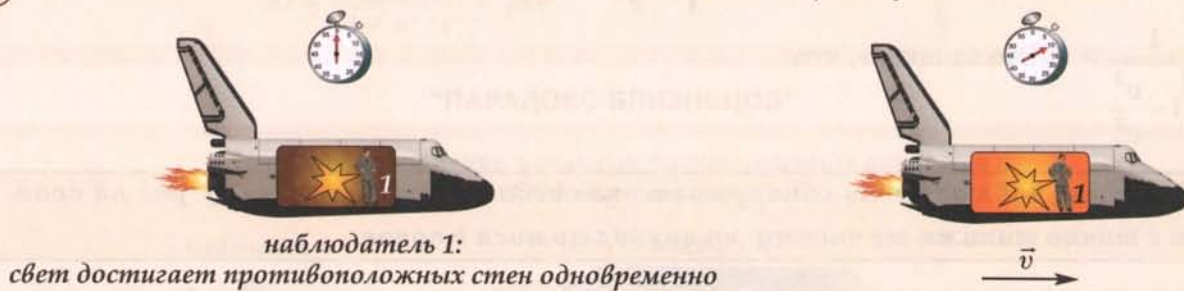
Зависимость порядка следования событий от положения наблюдателя



ОДНОВРЕМЕННОСТЬ СОБЫТИЙ

Относительность одновременности событий

③ Одновременность событий – не абсолютная характеристика явлений



④ Два события, одновременные в одном ИСО, не являются одновременными в другой ИСО



§26. ЗАМЕДЛЕНИЕ ВРЕМЕНИ

Наблюдения световых явлений показывают, что движущиеся часы изменяют свой ритм, так как в движущейся системе отсчета время замедляется. Эффект замедления времени не имеет ничего общего с особыми свойствами света или конструкцией часов, а является неотъемлемым свойством самого времени. Оценим замедление хода световых часов — системы двух зеркал, установленных параллельно друг другу на расстоянии l , — при их движении. В системе отсчета, связанной с часами, движущимися вместе с космической ракетой со скоростью v относительно Земли ①, световой импульс, отражаясь от зеркал, может перемещаться между ними вверх и вниз за промежуток времени $\Delta t' = \frac{l}{c}$. При каждом отражении импульса от зеркала часы тикают. Время t' называют собственным временем.

Собственное время — время, измеренное наблюдателем, движущимся вместе с часами.

Внешнему наблюдателю на Земле путь светового импульса будет представляться по диагонали AB' со скоростью c , одинаковой во всех ИСО ②. Введем промежуток времени, за который световой импульс достигнет верхнего зеркала (с точки зрения внешнего наблюдателя). За это время ракета пролетит расстояние $AA' = v\Delta t$. При этом $AB' = c\Delta t$, а $A'B' = c\Delta t'$. Применяя теорему Пифагора к $\triangle AB'A'$, имеем:

$$(c\Delta t)^2 = (v\Delta t)^2 + (c\Delta t')^2. \quad (1)$$

Предположение, что время в неподвижной и движущейся системе отсчета течет одинаково: $\Delta t = \Delta t'$, приводит к противоречию:

$$c^2 = v^2 + c^2.$$

Это означает, что $\Delta t \neq \Delta t'$: интервал времени между двумя событиями в неподвижной и движущейся СО различен. Из формулы (1) находим интервал времени по часам неподвижного наблюдателя:

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma \Delta t',$$

где $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} > 1$. Это означает, что

неподвижный наблюдатель обнаруживает замедление хода часов в γ раз по сравнению с точно такими же часами, но находящимися в покое.

Существенное замедление времени возникает при скоростях движения v , близких к скорости света c ③. Тем не менее эффект замедления времени был экспериментально обнаружен и при скорости $v \ll c$. Отставание цезиевых часов, вернувшихся на Землю на реактивном самолете после полета вокруг Земли, от остававшихся в обсерватории на Земле, было зафиксировано в 1971 г. и составило 200 нс.

При движении замедляют свой ход не только движущиеся часы. Замедляются все физические процессы, в том числе и химические реакции в человеческом организме, поэтому течение жизни замедляется в соответствующее число раз ④. Соответственно замедляется и процесс старения космических путешественников. Неравноправие неинерциальных систем отсчета приводит к «парадоксу близнецов»: вернувшийся из космического путешествия близнец старее гораздо медленнее, чем его брат, остававшийся на Земле.

СОБСТВЕННОЕ ВРЕМЯ –

время, измеренное наблюдателем, движущимся вместе с часами

Измерение собственного времени $\Delta t'$ наблюдателем, движущимся вместе со световыми часами



$$\Delta t' = \frac{l}{c}$$

ЗАМЕДЛЕНИЕ ХОДА ЧАСОВ, ДВИЖУЩИХСЯ СО СКОРОСТЬЮ v

Интервал времени между событиями в неподвижной системе отсчета и движущейся различен $\Delta t \neq \Delta t'$

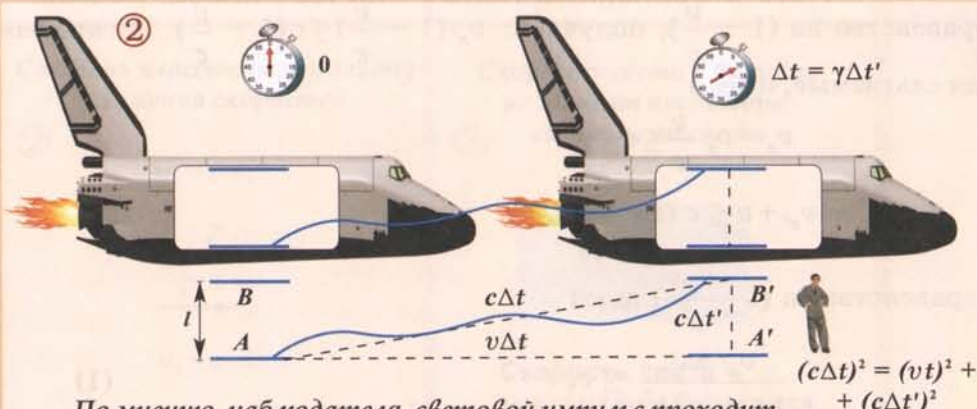
③

$$\Delta t = \gamma \Delta t',$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

ВРЕМЯ В НЕПОДВИЖНОЙ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА

Измерение времени неподвижным наблюдателем



По мнению наблюдателя, световой импульс проходит большее расстояние за больший промежуток времени $\Delta t > \Delta t'$

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \gamma \Delta t'$$

v / c	γ
0	1
0,2	1,02
0,4	1,09
0,6	1,25
0,8	1,67
0,9	2,29
0,99	7,09
0,999	22,37
0,9999	70,7
0,99999	223,6

Время в движущейся системе отсчета замедляется

“ПАРАДОКС БЛИЗНЕЦОВ”

Неравноправие неинерциальных систем отсчета приводит к “парадоксу близнецов”

④



Путешествующий близнец В стареет медленнее, чем близнец А, оставшийся на Земле, из-за замедления времени

§27. РЕЛЯТИВИСТСКИЙ ЗАКОН СЛОЖЕНИЯ СКОРОСТЕЙ

До опыта Майкельсона — Морли справедливость классического закона сложения скоростей не подвергалась сомнению ①. Согласно этому закону скорость света вдоль направления скорости v движения Земли вокруг Солнца $v_{\uparrow} = c + v$, а в противоположном направлении $v_{\downarrow} = c - v$, т.е. $v_{\uparrow} \neq v_{\downarrow}$, где $c = 3 \cdot 10^8$ м/с — скорость света в вакууме, излучаемого неподвижным источником ②. Опыт Майкельсона — Морли показал, что скорость света в вакууме постоянна и не зависит от выбора системы отсчета ③. Это означает, что

классический закон сложения скоростей неверен при скоростях, соизмеримых со скоростью света c .

При получении релятивистского закона сложения скоростей следует учесть, что материальное тело не может иметь скорость, большую скорости света ④. Поэтому скорость тела как относительно неподвижной системы отсчета X , так и относительно СО X' , движущейся со скоростью v , $v \leq c$; $v_{x'} \leq c$.

Умножая последнее неравенство на $(1 - \frac{v}{c})$, получаем: $v_{x'}(1 - \frac{v}{c}) \leq c(1 - \frac{v}{c})$. Раскрывая скобки и перегруппировывая слагаемые, имеем

$$v_{x'} - v_{x'} \frac{v}{c} \leq c - v,$$

или

$$v_{x'} + v \leq c(1 + \frac{v_{x'}v}{c^2}).$$

Деление обеих частей неравенства на $(1 + \frac{v_{x'}v}{c^2})$ дает:

$$\frac{v_{x'} + v}{1 + v_{x'}v/c^2} \leq c. \quad (1)$$

При малых скоростях, т.е. $v_{x'} \ll c$; $v \ll c$; $v_{x'}v/c^2 \ll 1$, неравенство (1) примет вид:

$$v_{x'} + v \leq c. \quad (2)$$

В левой части неравенства (2) фигурирует в соответствии с классическим законом сложения скоростей скорость v_x тела относительно неподвижной СО. Обобщая полученный результат на случай произвольных скоростей, можно предположить, что левая часть неравенства (2) также представляет скорость v_x . Следовательно, **релятивистский закон сложения скоростей** имеет вид:

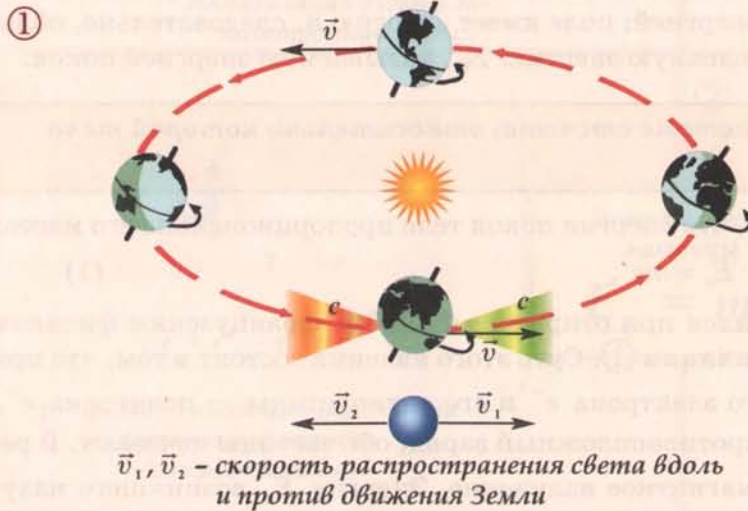
$$v_x = \frac{v_{x'} + v}{1 + v_{x'}v/c^2} \quad (3)$$

Воспользуемся релятивистским законом сложения скоростей для оценки скорости v_x (относительно неподвижной СО X , связанной с Землей) светового сигнала, излучаемого с космического корабля, удаляющегося от Земли со скоростью v ⑤. Скорость светового сигнала, излучаемого источником, покоящимся относительно корабля $v_{x'} = c$. Из формулы (3) следует, что

$$v_x = \frac{c + v}{1 + \frac{cv}{c^2}} = c.$$

Стало быть, скорость света в вакууме одинакова во всех ИСО и не зависит от скорости движения источника (или приемника).

СКОРОСТЬ СВЕТА ПРИ ДВИЖЕНИИ ЗЕМЛИ ВОКРУГ СОЛНЦА



ВЫВОД РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЗАКОНА СЛОЖЕНИЯ СКОРОСТЕЙ

④ Скорость v_x тела относительно неподвижной системы отсчета X

$$\begin{cases} v_x \leq c \\ v_{x'} \leq c \end{cases} \Downarrow v_{x'} \left(1 - \frac{v}{c}\right) \leq c \left(1 - \frac{v}{c}\right)$$

$$\Downarrow v_{x'} + v \leq c \left(1 + \frac{v_{x'} v}{c^2}\right)$$

$$\Downarrow \frac{v_{x'} + v}{1 + \frac{v_{x'} v}{c^2}} \leq c \Downarrow$$

$$v_x = \frac{v_{x'} + v}{1 + \frac{v_{x'} v}{c^2}}$$

КЛАССИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ

Согласно классическому закону сложения скоростей

②

$$v_1 = c + v$$

$$v_2 = c - v$$

ОПЫТ МАЙКЕЛЬСОНА-МОРЛИ

③ Скорость света в вакууме не зависит от выбора системы отсчета

$$v_1 = v_2 = c$$

Скорость света – максимально возможная скорость распространения любого взаимодействия

СКОРОСТЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ СВЕТОВОГО СИГНАЛА

⑤ Скорость распространения светового сигнала, излучаемого космическим кораблем

$$v_x = \frac{c + v}{1 + \frac{c v}{c^2}} = \frac{c \left(1 + \frac{v}{c}\right)}{1 + \frac{v}{c}} = c$$

Скорость света относительно Земли (неподвижная система отсчета) равна скорости света в вакууме

Скорость света в вакууме одинакова во всех ИСО

§28. ВЗАИМОСВЯЗЬ ЭНЕРГИИ И МАССЫ

Согласно теории относительности существует взаимосвязь между массой и энергией. Вещество имеет массу и поэтому уже обладает энергией; поле имеет энергию и, следовательно, обладает массой. Покоящееся тело имеет определенную энергию E_0 , называемую энергией покоя.

Энергия покоя — энергия тела в системе отсчета, относительно которой тело покоится.

В 1905 г. Альберт Эйнштейн показал, что энергия покоя тела пропорциональна его массе:

$$E_0 = mc^2. \quad (1)$$

Вывод Эйнштейна блестяще подтвердился при открытии в 1933 г. французским физиком **Фредериком Жолио-Кюри** явления **аннигиляции** ①. Суть этого явления состоит в том, что при взаимодействии отрицательно заряженного электрона e^- и его античастицы — позитрона e^+ , имеющих равную массу m_e и равный, но противоположный заряд, обе частицы исчезают. В результате аннигиляции возникает электромагнитное излучение. Энергия E_u возникшего излучения равняется сумме энергий покоя электрона и позитрона:

$$E_u = 2m_e c^2 = 2 \cdot (9,1 \cdot 10^{-31}) \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 1,64 \cdot 10^{-13} \text{ Дж.}$$

Уравнение аннигиляции может быть записано следующим образом:

$$e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma,$$

где γ — фотон, частица-переносчик электромагнитного взаимодействия и излучения.

Частицы могут как исчезать, так и рождаться ②.

Рождение электрон-позитронной пары — процесс, обратный аннигиляции. Французские физики **Фредерик Жолио-Кюри** и **Ирен Кюри** в 1933 г. обнаружили, что электрон-позитронная пара может возникнуть при взаимодействии электромагнитного излучения с веществом:

$$\gamma + \gamma \rightarrow e^- + e^+.$$

Для рождения пары электромагнитное поле должно обладать достаточной минимальной энергией, равной сумме энергий покоя частиц:

$$E_{\min} = 2E_0 = 2m_e c^2.$$

При наличии такой энергии возможно рождение электрона и позитрона в состоянии покоя.

При излучении света энергия системы уменьшается: $E < 0$. Это означает, что масса системы (в соответствии с формулой (1)) уменьшается на величину

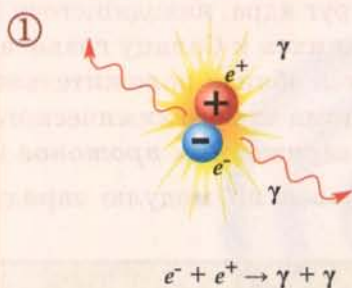
$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} < 0.$$

Подобное уменьшение массы системы происходит, например, при образовании атома дейтерия из протона, нейтрона и электрона. Энергия выделяется как при образовании ядра дейтерия ③, так и при возникновении атома из ядра и электрона ④.

Излучение Солнца и звезд несет энергию и, значит, массу ⑤. Излучая энергию, Солнце и звезды теряют массу. Из-за излучения масса Солнца уменьшается примерно на 4 млн тонн в секунду. Гравитационное притяжение к Солнцу излучения, идущего от далекой звезды, искривляет ход светового луча ⑥. Во время солнечного затмения можно наблюдать эту звезду, невидимую в обычных условиях.

ВЗАИМОПРЕВРАЩЕНИЕ ВЕЩЕСТВА И ПОЛЯ

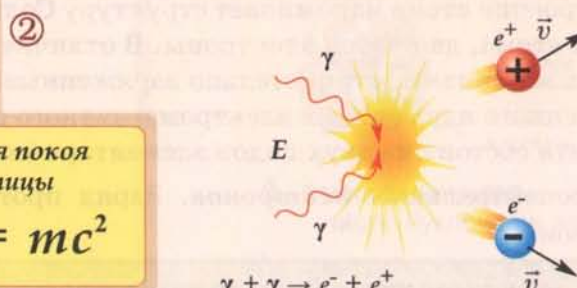
Аннигиляция электрон-позитронной пары



$$e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma$$

γ – фотон (частица - переносчик электромагнитного взаимодействия)

Рождение электрон-позитронной пары



$$\gamma + \gamma \rightarrow e^- + e^+$$

$$E \geq 2m_e c^2$$

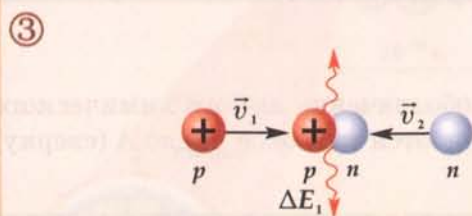
$$E_0 = mc^2$$

Энергия покоя частицы

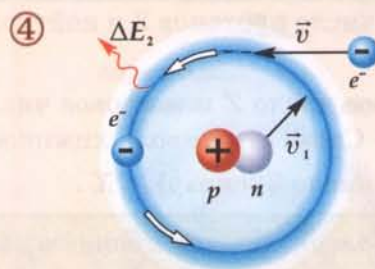
$$E_0 = mc^2$$

ДЕФЕКТ МАССЫ

Образование атома дейтерия из протона, нейтрона и электрона



При образовании ядра дейтерия ${}^2_1\text{H}$ выделяется энергия ΔE_1



При образовании атома дейтерия ${}^2_1\text{H}$ свободный электрон захватывается ядром, излучается энергия $\Delta E_2 \ll \Delta E_1$

СОЛНЕЧНЫЙ ВЕТЕР

Мощность излучения Солнца составляет $3,8 \cdot 10^{26}$ Вт



Из-за излучения масса Солнца уменьшается примерно на 4 млн. т в секунду

ГРАВИТАЦИОННЫЕ ЛИНЗЫ

Солнце как гравитационная линза



Искривление светового луча, идущего от звезды S к Земле, вследствие гравитационного притяжения фотонов к Солнцу; S' – кажущееся положение звезды



Вид Солнца с Земли во время солнечного затмения, при котором устраняется прямая засветка приемника